Euklid: Stoicheia. Buch I.

Über eingefügte Hypertextmarkierungen kann der griechische Text in der Fassung von I. L. Heiberg aufgerufen werden.

Erklärungen.

1. Das elementar Bezeichnete, ein Punkt, hat keine Teile.
2. Eine Linie hat eine Länge aber keine Breite.
3. Dort, wo sich eine Linie erstreckt, liegen Punkte.
4. Eine Gerade ist eine Linie, die durch Punkte gleichmäßig gegeben ist.
5. Eine Fläche hat Länge und Breite.
6. Dort, wo sich eine Fläche erstreckt, liegen Linien.
7. Eben ist eine Fläche, die durch Gerade gleichmäßig gegeben ist.
8. Ein ebener Winkel wird von zwei sich berührenden und nicht aufeinander liegenden Linien einer Ebene gebildet und benennt die Neigung der einen zur anderen.
9. Wenn es Gerade sind, die einen Winkel bilden, werden sie die Schenkel des Winkels genannt.
10. Ist eine Gerade so auf einer anderen errichtet, dass die nebeneinander liegenden Winkel gleich sind, dann ist jeder der Winkel ein rechter Winkel und die errichtete Gerade eine Senkrechte zur andern.
11. Ein Winkel größer als ein rechter ist ein stumpfer Winkel.
12. Ein Winkel aber kleiner als ein rechter ist ein spitzer Winkel.
13. Am Äußersten, wohin sich etwas erstreckt, wird es begrenzt.
14. Eine Figur ist eine Fläche, die durch die Grenzen, in denen sie liegt, bezeichnet wird.
15. Ein Kreis ist eine ebene Figur innerhalb einer Linie, von deren Punkte zu einem besonderen Punkt innerhalb der Figur gleiche gerade Strecken zu ziehen sind.
16. Der besondere Punkt des Kreises ist sein Mittelpunkt.
17. Der Durchmesser eines Kreises ist eine gerade Strecke durch den Mittelpunkt, die durch die Punkte auf der Kreislinie begrenzt und vom Mittelpunkt in Radien halbiert wird.
18. Ein Halbkreis ist eine Figur, die durch Durchmesser und der von ihm abgeschnittenen Kreislinie begrenzt wird; sein Mittelpunkt ist derselbe wie der des Kreises.
19. Die Seiten gradliniger Figuren sind gerade Strecken; Dreiecke haben drei, Vierecke vier, Polygone haben mehr als vier Seiten.
20. Unter den Dreiecken heißt eines gleichseitig, wenn es drei gleiche Seiten, gleichschenklig, wenn es zwei gleiche Seiten, und ungleichseitig, wenn es drei ungleiche Seiten hat.
21. Außerdem heißt ein Dreieck rechtwinklig, wenn es einen rechten Winkel, stumpfwinklig, wenn es einen stumpfen Winkel, und spitzwinklig, wenn es drei spitze Winkel hat.

22. Unter den Vierecken heißt eines ein Quadrat, wenn es gleichseitig und rechtwinklig ist, ein Rechteck, wenn es rechtwinklig, aber nicht gleichseitig, eine Raute, wenn es gleichseitig, aber nicht rechtwinklig, ein Parallelogramm, wenn gegenüber liegende Winkel und gegenüber liegende Seiten gleich sind, es aber weder gleichwinklig noch gleichseitig ist und von den übrigen ein Trapez, wenn zwei seiner Seiten parallel sind, wobei

23. parallele gerade Strecken derselben Ebene solche sind, die, wie auch immer beiderseits verlängert, sich nicht treffen.

Anmerkung:

Zu 1.:

Die Erklärung des Punktes hat viele Einwände und Diskussionen hervorgerufen. Denn scheinbar wissen wir nun nur was ein Punkt nicht ist.

Wie kommt ein kleines Häufchen Kreide auf der Tafel, wie etwas Druckerschwärze auf dem Papier, wie ein paar beleuchtete oder nicht beleuchtete Pixel auf dem Bildschirm dazu ein Punkt genannt zu werden, der keine Teile habe? Zunächst: das als Punkt Begriffene darf damit nicht verwechselt werden.

Platon hat im 7. Brief (342 St.3 A ff.) erläutert, was grundlegend zur Begriffsbildung zu sagen ist: das bezeichnete Objekt wird unter einer bestimmenden Bedingung mit dem bezeichnenden Namen benannt.

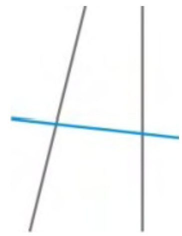
„Kreis ist zum Beispiel ein sprachlich bezeichnetes Ding, das eben den Namen hat, welchen wir eben laut werden ließen. Das Zweite von jenem Ding würde die sprachlich ausgedrückte Erklärung sein, welche aus Nenn- und Aussagewörtern zusammengesetzt ist, zum Beispiel: ‚das von seinem Mittelpunkt überall gleich weit Entfernte' wäre wohl die Erklärung von jenem Ding, das den Namen Rund, Zirkel, Kreis hat. Das Dritte ist das in die Sinne wahrnehmbare Exemplar davon, zum Beispiel vom Zeichner oder vom Drechsler angefertigt, was sich wieder auslöschen und vernichten lässt, Zufälle welchen der Begriff des Kreises an sich, mit dem alle jene Meister sich beschäftigen, nicht unterworfen ist, weil er etwas anderes und ganz davon Verschiedenes ist."

Ein Begriff von Etwas kann gebildet werden, wenn zum Einen die Bedingung, die das Bezeichnete zu erfüllen hat, erkannt wird und damit der Zusammenhang mit seiner Bedeutung hergestellt werden kann, und zum Anderen die Fähigkeit besteht, das Bezeichnete die Bedingung gut genug erfüllend, das heißt im Augenmaß, zu subsumieren und somit den Zusammenhang mit der Bezeichnung sinnvoll herzustellen. Das bezeichnete Objekt aber, dient nun selbst der Bezeichnung von etwas, das im Zusammenhang einer Bezeichnung steht, und das nicht dasselbe ist, sondern das, was der Begriff verlangt, denn unter einem Kreis verstehen wir ein geometrisches Objekt, dem wir keine Zufälligkeiten der handwerklichen Verfertigung zugestehen.

Was ist nun ein Punkt? Wir haben den Punkt als Endpunkt einer Strecke, als Schnittpunkt zweier Geraden (Dedomena 25), als Schnittpunkt zweier Kreise (I.1), der zum Eckpunkt eines Dreiecks wird.
Was aber ist die Bedingung die ein Punkt, der da keine Dimension hat, erfüllen muss?
Der bezeichnete, nur angedeutete Punkt gehorcht als bezeichnendes Mittel, wie jedes Mittel einer Bezeichnung, nur noch seiner Bestimmung etwas zu bezeichnen. Er bezeichnet etwas, das der Bedingung genügt, keine Teile, keine Ausdehnung und keine Dimension zu haben, und das es nur als Begriff eines geometrischen Punktes gibt.

Postulate.

1. Von einem beliebigen Punkt zu einem anderen ist eine gerade Strecke zu ziehen,
2. und eine gerade Strecke ist beliebig verlängerbar,
3. und um einen beliebigen Punkt ist mit beliebigem Radius ein Kreis beschreibbar,
4. und alle rechten Winkel sind unter sich gleich,
5. und zwei Gerade, die von einer Geraden geschnitten werden, wobei die innen liegenden beiden Winkel zusammen kleiner als zwei rechte sind, treffen sich dort, wonach die Winkel liegen.



Grundsätze.

1. Das was demselben gleich ist, ist unter sich gleich,
2. und Gleichem das Gleiche hinzugefügt ergibt Gleiches,
3. und Gleichem das Gleiche weggenommen ergibt Gleiches,
4. und Ungleichem das Gleiche hinzugefügt ergibt Ungleiches,
5. und Ungleichem das Gleiche weggenommen ergibt Ungleiches,
6. und Gleiches verdoppelt ergibt Gleiches,
7. und Gleiches halbiert ergibt Gleiches.
8. Das was übereinstimmt ist gleich.
9. Das Ganze ist größer als ein Teil davon.
10. Zwei Gerade schließen keine Fläche ein.

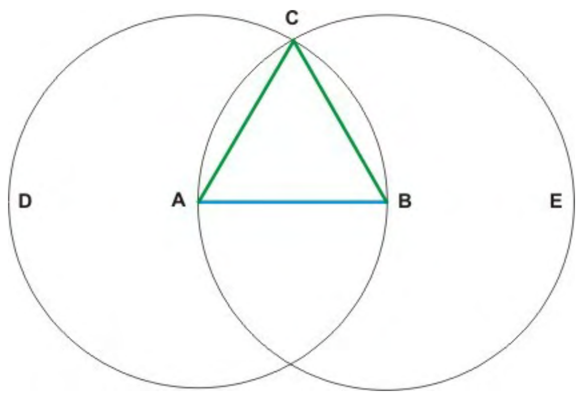
I.1.

Auf einer gegebenen geraden Strecke ein gleichseitiges Dreieck errichten.

Es sei die gerade Strecke AB gegeben. Es soll auf AB ein gleichseitiges Dreieck errichtet werden.

Es ist um A mit Radius AB der Kreis BCD zu zeichnen und um B mit Radius BA der Kreis ACE. Vom Punkt C, in dem die Kreise sich schneiden, sind zu den Punkten A und B die Strecken CA und CB zu ziehen.

Da der Punkt A Mittelpunkt des Kreises CDB ist, ist AC gleich AB.
Da wiederum B Mittelpunkt des Kreises CAE ist, ist BC gleich BA.
Es wurde gezeigt, dass CA gleich AB ist, somit sind CA und CB gleich AB.
Da dasjenige, das demselben gleich ist, auch unter sich gleich ist, ist CA gleich CB. Also sind CA, AB, BC gleich.



Deshalb ist das Dreieck ABC gleichseitig und auf AB errichtet, was auszuführen war.

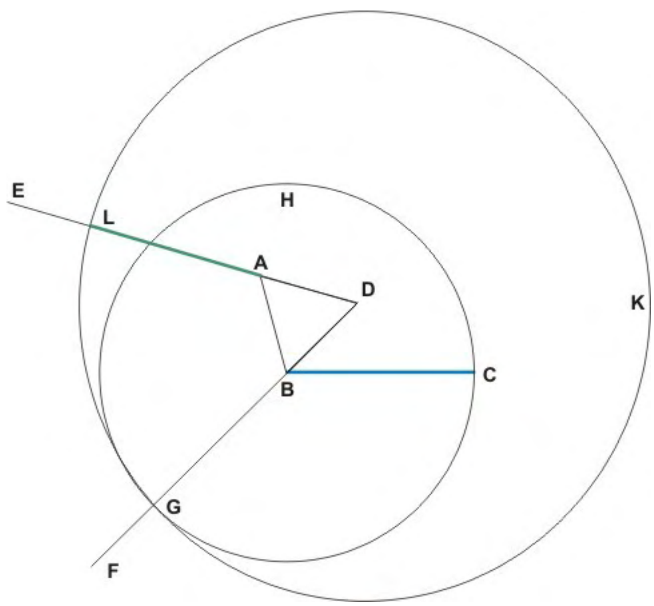
I.2.

An einen gegebenen Punkt eine gegebene gerade Strecke legen.

Es sei der Punkt A und die gerade Strecke BC gegeben. Es soll an den Punkt A eine der BC gleich lange gerade Strecke angelegt werden.

Es ist vom Punkt A zum Punkt B die gerade Strecke AB zu ziehen und auf ihr das gleichseitige Dreieck DAB zu errichten. Sodann sind DA und DB um AE und BF zu verlängern.
Um B ist mit Radius BC der Kreis CGH und um D mit Radius DG der Kreis GKL zu ziehen.

Da der Punkt B Mittelpunkt des Kreises CGH ist, ist BC gleich BG.
Da wiederum D Mittelpunkt des Kreises GKL ist, ist DL gleich DG.
Also ist DA gleich DB und deshalb auch AL gleich BG.
Es wurde gezeigt, dass BC gleich BG ist, somit sind AL und BC der Strecke BG gleich.
Da dasjenige, das demselben gleich ist, auch unter sich gleich ist, ist AL gleich BC.

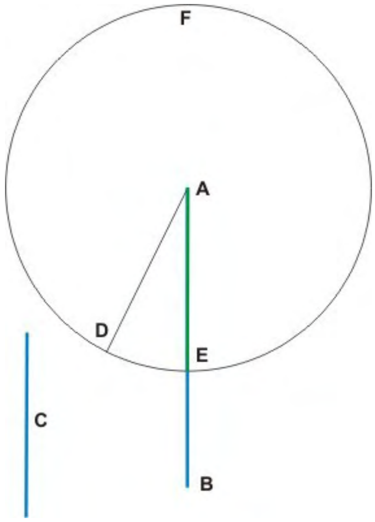


Deshalb ist an den Punkt A eine Strecke AL, die BC gleich ist, angelegt, was auszuführen war.

I.3.

Bei zwei gegebenen ungleichen geraden Strecken, eine der kleineren gleiche von der größeren abschneiden.

Es seien zwei ungleiche gerade Strecken AB und C gegeben, davon AB die größere. Es soll von AB eine der kleineren C gleiche Strecke abgeschnitten werden.



Es ist an den Punkt A eine der C gleiche Strecke AD anzulegen und um A mit dem Radius AD der Kreis DEF zu ziehen.
Da A der Mittelpunkt des Kreises DEF ist, ist AE gleich AD, das der Strecke C gleich ist. Also ist jede der beiden, AE und C, der Strecke AD gleich, damit ist AE gleich C.

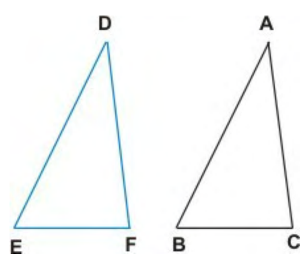
Deshalb ist von der größeren Strecke AB eine der kleineren C gleiche Strecke AE abgeschnitten, was auszuführen war.

I.4.

Sind bei zwei Dreiecken zwei Seiten des einen gleich zwei Seiten des andern und ist auch der von ihnen eingeschlossene Winkel gleich, dann stimmen die Seiten überein, auf denen die Dreiecke errichtet sind, und die errichteten Dreiecke, somit die übrigen Winkel, die diesen Seiten gegenüber liegen.

Sind zwei Dreiecke ABC und DEF gegeben und sind zwei Seiten AB und AC des einen gleich zwei Seiten DE und DF des andern und ist auch der Winkel BAC des einen gleich dem Winkel EDF des andern, dann, sage ich, sind auch die Seiten BC und EF gleich und die Winkel des einen den Winkeln des andern, die den gleichen Seiten gegenüber liegen, also der Winkel ABC gleich dem Winkel DEF ist und auch der Winkel ACB gleich dem Winkel DFE.

Ebenso wie wenn man das Dreieck ABC auf das Dreieck DEF legen würde, sieht man, dass wenn der Punkt A der Seite AB mit dem Punkt D der Seite DE übereinstimmt, dann auch der Punkt B mit dem Punkt E, da AB gleich DE ist. Da auch AC gleich DF ist, ist dann auch der Winkel BAC dem Winkel EDF gleich. Also stimmt der Punkt C der Seite AC mit dem Punkt F der Seite DF überein. Ebenso der Punkt B der Seite BC mit E der Seite EF. Würde, obwohl B mit E und C mit F auf gleichen Seiten übereinstimmen, BC mit EF nicht übereinstimmen, würden zwei Seiten eine Fläche einschließen, was nicht möglich ist.



Also stimmen die Seiten BC und EF überein und die Dreiecke, die darauf errichtet sind. Da dann das Dreieck ABC mit dem Dreieck DEF übereinstimmt, stimmt auch der Winkel ABC mit dem Winkel DEF und der Winkel ACB mit dem Winkel DFE überein.

Deshalb sind, wenn bei zwei Dreiecken zwei Seiten gleich sind und die Winkel, die sie einschließen, dann auch die Seiten gleich, auf denen die Dreiecke errichtet sind, und auch die errichteten Dreiecke, also die übrigen Winkel, die diesen Seiten gegenüberliegen, was zu zeigen war.

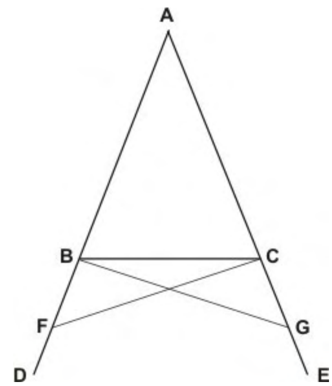
I.5.

In einem gleichschenkligen Dreieck sind die Winkel auf der Grundseite, auf der die Schenkel errichtet sind, gleich und, bei Verlängerung der beiden Schenkel, auch die Winkel darunter.

Wenn das Dreieck ABC die beiden gleichen Seiten AB und AC hat, dann, nach Verlängerung der Seiten AB und AC um BD und CE, sage ich, ist der Winkel ABC gleich dem Winkel ACB und der Winkel CBD gleich dem Winkel BCE.

Von einem beliebigen Punkt F auf BD ist die Gerade FC zu ziehen, von der ganzen Strecke AE eine der AF gleiche Strecke AG abzuschneiden und die Gerade GB zu ziehen.

Da dann AF gleich AG ist und AB gleich AC, sind die beiden Strecken FA und AC den beiden Strecken GA und AB gleich und die einen und die anderen der beiden schließen den gemeinsamen Winkel FAG ein. Also ist FC gleich GB und das Dreieck AFC ist gleich dem Dreieck AGB, damit auch die übrigen Winkel, die von jeweils gleichen Seiten eingeschlossen werden. Also ist der Winkel ACF gleich dem Winkel ABG. Da AF gleich AG und deren Teile AB und AC gleich sind, ist auch BF gleich CG.
Da gezeigt wurde, dass FC gleich GB ist, sind die Strecken BF und FC gleich den Strecken CG und GB. Die gleichen Winkel BFC und CGB liegen unter der Grundseite BC, also ist das Dreieck BFC gleich dem Dreieck FGB und damit auch die übrigen Winkel, die von jeweils gleichen Seiten eingeschlossen werden. Damit ist der Winkel FBC gleich dem Winkel GCB und der Winkel BCF gleich dem Winkel CBG. Da, wie gezeigt, die Winkel ABG und ACF gleich sind und als deren Teile die Winkel CBG und BCF, sind auch die Winkel ABC und ACB gleich, die auf der Grundseite des Dreiecks ABC liegen. Dass auch die Winkel FBC und GCB, die unter der Grundseite liegen, gleich sind, wurde ebenfalls gezeigt.

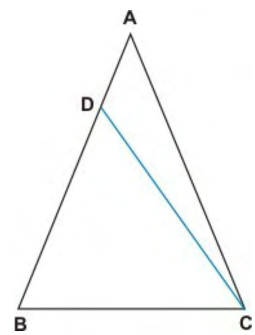


Deshalb sind im gleichschenkligen Dreieck, die Winkel, die auf der Grundseite liegen, gleich und, nach Verlängerung de Schenkel, auch die Winkel unter der Grundseite, was zu zeigen war.

I.6.

Sind in einem Dreieck zwei Winkel gleich, dann sind auch die ihnen gegenüber liegenden Seiten gleich.

Wenn im Dreieck ABC die Winkel ABC und ACB gleich sind, dann, sage ich, ist auch AB gleich AC.
Denn, wenn die Strecken AB und AC nicht gleich sind, ist eine die größere; diese sei AB. Es ist dann von der größeren Strecke AB eine der kleinere AC gleiche DB abzuschneiden und die Strecke DC zu zeichnen. Da dann DB gleich AC ist und die beiden Strecken DB und BC den beiden Strecken AC und CB gleich sind, ist der Winkel DBC gleich dem Winkel ACB, also ist dann DC gleich AB und das Dreieck DBC gleich dem Dreieck ACB, das kleinere dem größeren, was nicht möglich ist.
Also sind AB und AC nicht ungleich, sondern gleich.



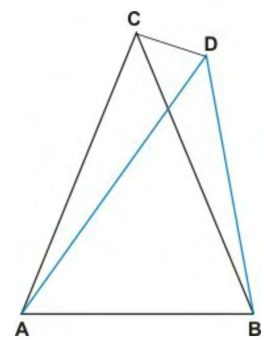
Deshalb sind in einem Dreieck, in dem zwei Winkel gleich sind, auch die ihnen gegenüber liegenden Seiten gleich, was zu zeigen war.

I.7.

Treffen sich, von den Endpunkten einer Strecke aus, zwei gerade Strecken in einem Punkt, dann können zwei andere auf derselben Strecke errichtete paarweise gleiche gerade Strecken sich nicht in einem anderen Punkt treffen, als die beiden ersten.

Wenn von den Endpunkten der Strecke AB ausgehend, zwei gerade Strecken AC und BC sich im Punkt C treffen, dann, sage ich, treffen sich zwei andere Strecken, die eine gleich AC von A ausgehend, die andere gleich BC von B ausgehend, in keinem anderen Punkt als C.

Denn treffen sie sich nicht im Punkt C, dann sei D der Punkt in dem sie sich treffen.
Es sind dann die Strecken AC und CB gleich den Strecken AD und DB. CA und DA treffen sich dann im Punkt A, sowie CB und DB im Punkt B.
Es ist dann die Strecke CD zu ziehen.
Da AC gleich AD, ist der Winkel ACD gleich dem Winkel ADC.
Damit ist der Winkel ADC größer als DCB und noch größer ist CDB als DCB. Da CB gleich DB, ist aber der Winkel CDB gleich dem Winkel DCB, der mehrfache gleich dem kleineren, was, wie gezeigt, nicht möglich ist.



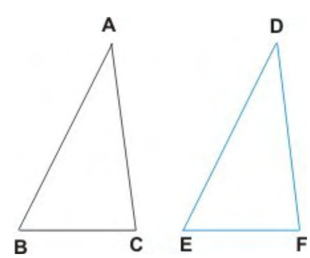
Deshalb trifft sich, von den Endpunkten einer Strecke aus, das eine von zwei gleichen Streckenpaaren in keinem anderen Punkt wie das andere, das von den gleichen Punkten ausgeht, was zu zeigen war.

I.8.

Sind in zwei Dreiecken zwei Seiten des einen gleich zwei Seiten des andern und auch die Grundseiten gleich, auf denen sie errichtet sind, dann sind auch die Winkel gleich, die von den Seiten eingeschlossen werden.

Wenn in den Dreiecken ABC und DEF die Seiten AB und AC den Seiten DE und DF gleich sind, die eine im einen gleich der andern im andern, also AB gleich DE ist und AC gleich DF, und auch BC gleich EF ist, dann, sage ich, ist der Winkel BAC gleich dem Winkel EDF.

Ebenso, wie wenn man das Dreieck ABC auf das Dreieck DEF legen würde, sieht man, daß wenn die Dreiecke ABC und DEF im Punkt B der Strecke BC und E der Strecke EF übereinstimmen, dann stimmen sie auch in den Punkten C und F überein. Da BC und EF gleich sind, stimmen dann auch BA und CA mit ED und DF überein. Würden, obwohl die Grundseiten BC und EF gleich sind, BA und AC nicht mit ED und DF übereinstimmen, müssten sich die einen in einem anderen Punkt treffen wie die anderen, was nicht möglich ist.



Also ist es unmöglich dass, bei gleichen Grundseiten BC und EF, die Seiten BA und AC nicht mit den Seiten ED und DF übereinstimmen. Damit stimmt auch der Winkel BAC mit dem Winkel EDF überein und ist ihm gleich.

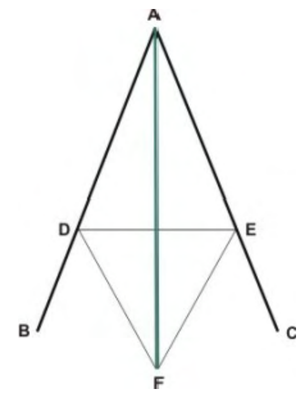
Deshalb sind in zwei Dreiecken, in denen zwei Seiten des einen gleich zwei Seiten des andern und auch die Grundseiten gleich sind, auf denen die Seiten errichtet sind, dann auch die Winkel gleich, die von den Seiten eingeschlossen werden, was zu zeigen war.

I.9.

Einen gradlinigen Winkel in zwei gleiche Teile teilen.

Es sei der gradlinige Winkel BAC gegeben, der in zwei gleiche Teile geteilt werden soll.

Wird ein beliebiger Punkt D auf AB gesetzt, von AC eine der AD gleiche Strecke AE abgeschnitten, auf DE das gleichseitige Dreieck DEF errichtet und die Gerade von F nach A gezogen, dann, sage ich, ist der gradlinige Winkel BAC durch AF in zwei gleich große Teile geteilt.
Denn da AD gleich AE ist und AF den Dreiecken DAF und EAF gemeinsam ist, sind die Seiten DA und AF des einen gleich den Seiten EA und AF des andern. Die Seiten DF und EF sind gleich und deshalb ist auch der Winkel DAF gleich dem Winkel EAF.



Deshalb ist der gradlinige Winkel BAC durch AF in zwei gleiche Teile geteilt, was auszuführen war.

I.10.

Eine gerade Strecke in zwei gleiche Teile teilen.

Es sei die gerade Strecke AB gegeben und sie soll in zwei gleiche Teile geteilt werden.
Wird auf AB das gleichseitige Dreieck ABC errichtet und der Winkel ACB durch CD in zwei gleiche Teile geteilt, dann, sage ich, ist AB in D in zwei gleiche Teile geteilt.

Denn da AC gleich CB ist und CD den Dreiecken ADC und DBC gemeinsam ist, sind die Seiten AC und CD des einen gleich den Seiten BC und CD des andern. Also ist der Winkel ACD gleich dem Winkel BCD und AD ist gleich BD.

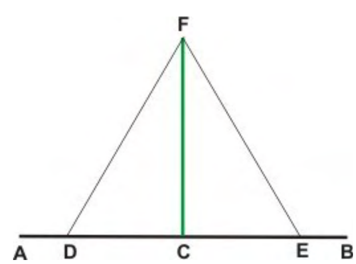
Also ist die gerade Strecke AB im Punkt D in zwei gleiche Teile geteilt, was auszuführen war.

I.11.

Auf einer Geraden in einem gegebenen Punkt die Senkrechte errichten.

Es seien die Gerade AB und ein Punkt C auf ihr gegeben. Es soll in C die Senkrechte errichtet werden. Werden mit dem gegebenen Punkt C auf AB zwei gleiche Strecken CE und CD markiert, wird in DE das gleichseitige Dreieck FDE errichtet und die Strecke FC gezogen, dann, sage ich, ist auf der Geraden AB im Punkt C die Senkrechte FC errichtet.

Denn da DC gleich CE ist und CF den Dreiecken FDC und CEF gemeinsam ist, sind die Seiten DC und CF des einen gleich den Seiten EC und CF des anderen. Es dann sind ihre Grundseiten DF und FE gleich und die Winkel DCF und ECF.
Ist nun eine Gerade so auf einer anderen Geraden errichtet, dass die nebeneinander liegenden Winkel gleich sind, dann sind die Winkel rechte, also sind die Winkel DCF und FCE rechte Winkel.



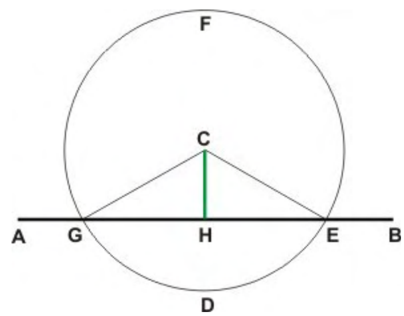
Deshalb ist auf der Geraden AB im Punkt C die Senkrechte CF errichtet, was auszuführen war.

I.12.

Auf einer Gerade zu einem Punkt, der nicht auf ihr liegt, die Senkrechte ziehen.

Es sei die Gerade AB und der Punkt C, der nicht auf ihr liegt, gegeben. Es soll von AB zum Punkt C eine Senkrechte gezogen werden.

Wenn auf der C gegenüber liegenden Seite von AB ein beliebiger Punkt D gesetzt wird, um C mit dem Radius CD der Kreis EFG gezogen wird, EG in H in zwei gleiche Teile geteilt wird und Strecken CG, CH und CE gezogen werden, dann, sage ich, ist auf AB zum Punkt C die Senkrechte HC errichtet.
Da GH gleich HE ist und HC den Dreiecken GHC und HEC gemeinsam ist, sind die Seiten GH und HC des einen gleich den Seiten EH und HC des andern. Also sind ihre Grundseiten CG und CE gleich und die Winkel CHG und EHC. Ist eine Gerade so auf einer anderen Geraden errichtet, dass die nebeneinander liegenden Winkel gleich sind, dann sind die Winkel rechte und die errichtete Gerade eine Senkrechte.



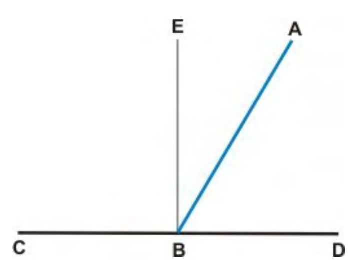
Deshalb ist auf der Geraden AB zum Punkt C, der nicht auf ihr liegt, eine Senkrechte CH gezogen, was auszuführen war.

I.13.

Die beiden Winkel, die eine Gerade mit einer auf ihr errichteten Strecke bildet, sind entweder zwei rechte oder zusammen gleich zwei rechten.

Wenn auf einer Geraden CD eine Strecke AB errichtet wird und die Winkel CBA und ABD bildet, dann, sage ich, sind die Winkel CBA und ABD zwei rechte oder zusammen gleich zwei rechten Winkeln.

Denn sind die Winkel CBA und ABD gleich, dann sind sie rechte.
Sind sie dies nicht, dann ist im Punkt B auf CD die Senkrechte BE zu errichten. Die Winkel CBE und EBD sind dann rechte.
Der Winkel CBE ist gleich den Winkeln CBA und ABE zusammen und dies ist auch EBD. Also sind die Winkel CBE und EBD zusammen gleich den Winkeln CBA, ABE und EBD zusammen.
Auch der Winkel DBA ist gleich den Winkeln DBE und EBA zusammen und dies ist auch ABC. Also sind die Winkel DBA und ABC zusammen gleich den Winkel DBE, EBA und ABC zusammen.
Die Winkel, die den Winkeln CBE und EBD zusammen gleich sind, sind sich ebenso gleich, also sind die Winkel CBE und EBD zusammen gleich den Winkeln DBA und ABC zusammen. Da die Winkel CBE und EBD zusammen zwei rechte sind, sind CBE und EBD zusammen gleich zwei rechten Winkeln.



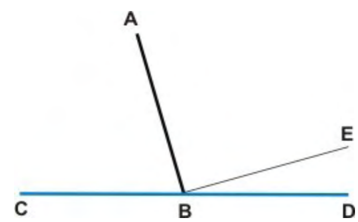
Deshalb bilden eine Geraden und eine auf ihr errichtete Strecke zwei Winkel, die entweder zwei rechte oder zusammen gleich zwei rechten sind, was zu zeigen war.

I.14.

Zwei Strecken, die mit einer Strecke an einem ihrer Endpunkte Winkel bilden, die zwei rechten gleich sind, liegen auf der gleichen Geraden.

Wenn am Punkt B einer Strecke AB zwei Strecken, die nicht auf ihr liegen, zwei Winkel ABC und ABD bilden, die zwei rechten gleich sind, dann, sage ich, liegen CB und BD auf der gleichen Geraden.

Wenn BC und BD nicht auf der gleichen Geraden liegen, dann seien CB und BE zwei Strecken, die auf der gleichen Geraden liegen.
Da die Strecke AB auf CBE errichtet ist, sind die Winkel ABC und ABE zusammen gleich zwei rechten. Da aber die Winkel ABC und ABD zusammen gleich zwei rechten sind, sind die Winkel CBA und ABE zusammen gleich den Winkeln CBA und ABD zusammen.
Davon jeweils, als gemeinsames, den Winkel CBA weggenommen, ist der Winkel ABE gleich ABD, damit der kleinere dem größeren gleich, was nicht möglich ist.
Also liegen BE und CB nicht auf der gleichen Geraden.
Das gleiche kann von BE und BD gezeigt werden.
Damit liegen aber CB und BD auf der gleichen Geraden.



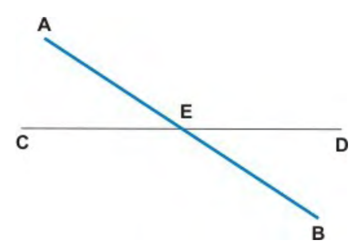
Deshalb liegen zwei Strecken, die am Endpunkt einer Strecke mit ihr zwei Winkel bilden, die zwei rechten gleich sind, auf der gleichen Geraden, was zu zeigen war.

I.15.

Am Schnittpunkt zweier Geraden sind die einander gegenüber liegenden Winkel gleich.

Wenn die Geraden AB und CD sich im Punkt E schneiden, dann, sage ich, ist der Winkel AEC gleich dem Winkel DEB und der Winkel CEB gleich dem Winkel AED.

Da die Strecke AE auf CD errichtet ist, sind die eingeschlossenen Winkel CEA und AED zusammen gleich zwei rechten.
Da die Strecke DE auf AB errichtet ist, sind die eingeschlossenen Winkel AED und DEB zusammen gleich zwei rechten.
Also sind CEA und AED zusammen gleich AED und DEB zusammen. Davon jeweils, als gemeinsames, den Winkel AED weggenommen, ist der Winkel CEA gleich dem Winkel BED.
Ebenso kann gezeigt werden, dass der Winkel CEB gleich dem Winkel DEA ist.



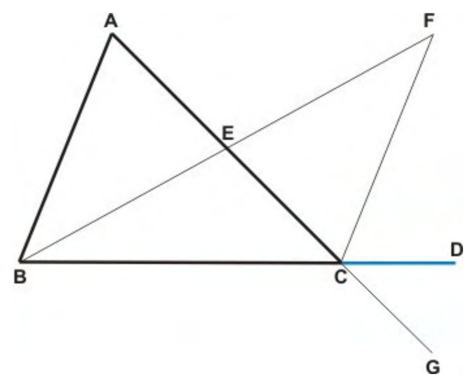
Deshalb sind am Schnittpunkt zweier Geraden die einander gegenüber liegenden Winkel gleich, was zu zeigen war.

I.16.

Wird an einem Dreieck eine Seite verlängert, dann ist der außen liegende Winkel größer als einer der innen gegenüber liegenden Winkel.

Wenn die Seite BC eines Dreiecks ABC verlängert wird bis zum Punkt D, dann, sage ich, ist der Winkel ACD größer als der Winkel CBA und auch größer als der Winkel BAC.

Denn wird AC im Punkt E in zwei gleiche Teile geteilt, die Strecke BE mit der Strecke EF gleicher Länge verlängert, wird FC gezogen und AC bis G verlängert, dann ist AE gleich EC und BE gleich EF.



Also sind die Seiten AE und EB des einen Dreiecks gleich CE und EF des andern, ebenso sind auch die von ihnen eingeschlossenen Winkel AEB und FEC gleich und auch die Grundseiten AB und FC der Dreiecke ABE und FEC, die somit übereinstimmen. Damit ist der Winkel BAE gleich ECF, aber der Winkel ECD größer als ECF.

Also ist der Winkel ACD größer als BAE. Da BC in zwei gleiche Teile geteilt ist, sind die Winkel BCG und ACD größer als ABC und auch größer als BAC.

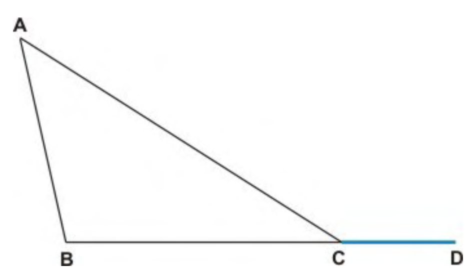
Deshalb ist, nach Verlängerung einer Seite eines Dreiecks, der äußere Winkel größer als einer der innen gegenüber liegenden Winkel, was zu zeigen war.

I.17.

Im Dreieck sind irgend zwei Winkel zusammen kleiner als zwei rechte.

Im Dreieck ABC, sage ich, sind zwei Winkel des Dreiecks, welche zusammen auch immer, kleiner als zwei rechte.

Wird die Seite BC verlängert bis D, dann ist der äußere Winkel ACD größer als einer der innen gegenüber liegenden Winkel ABC und ACB. Also sind die Winkel ACD und ACB zusammen größer als die Winkel ABC und BCA zusammen.



Da die Winkel ACD und ACB zusammen gleich zwei rechten Winkeln sind, sind ABC und BCA zusammen kleiner als zwei rechte.
Auf ähnliche Weise kann gezeigt werden, dass die Winkel BAC und ACB zusammen und CAB und ABC zusammen kleiner als zwei rechte sind.

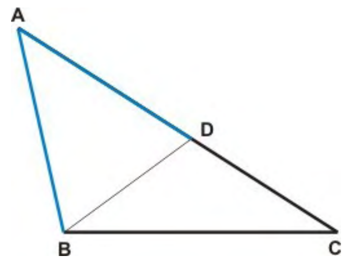
Deshalb sind in einem Dreieck irgend zwei Winkel zusammen kleiner als zwei rechte, was zu zeigen war.

I.18.

Im Dreieck liegt der größeren Seite der größere Winkel gegenüber.

Wenn in einem Dreieck ABC die Seite AC größer ist als die Seite AB, dann, sage ich, ist der Winkel ABC größer als der Winkel BCA.

Da AC größer als AB ist, kann von AC eine Strecke AD abgeschnitten werden, die gleich AB ist. Wird die Strecke BD eingezeichnet, dann hat das Dreieck BCD den äußeren Winkel ADB. Also ist der Winkel ADB größer als DCB, der innen gegenüber liegt. Da der Winkel ADB gleich ABD und die Seite AB gleich AD ist, ist der Winkel ABD größer als ACB und noch mehr ist der Winkel ABC größer als ACB.



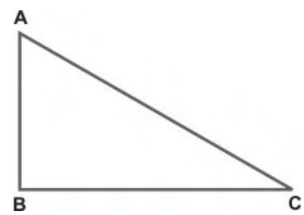
Deshalb liegt in einem Dreieck der größeren Seite der größere Winkel gegenüber, was zu zeigen war.

I.19.

Im Dreieck liegt dem größeren Winkel die größere Seite gegenüber.

Wenn in einem Dreieck ABC der Winkel ABC größer ist als der Winkel BCA, dann, sage ich, ist die Seite AC größer als AB.

Denn ist sie dies nicht, sondern ist AC gleich oder kleiner als AB, dann ist auch der Winkel ABC gleich oder kleiner als der Winkel ACB, was er aber nicht ist.
Da AC nicht gleich oder kleiner als AB ist, ist AC größer als AB.



Deshalb liegt im Dreieck dem größeren Winkel die größere Seite gegenüber, was zu zeigen war.

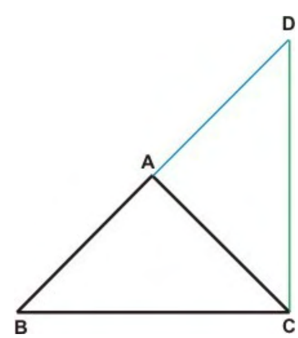
I.20.

Im Dreieck sind zwei Seiten zusammen größer als die dritte.

Im Dreieck ABC, sage ich, sind die Seiten BA und AC zusammen größer als BC, AB und BC zusammen größer als AC, sowie BC und CA zusammen größer als AB.

Denn wird die Seite BA um eine der Strecke CA gleichen bis zum Punkt D verlängert und wird die Strecke DC eingezeichnet, dann ist DA gleich AC und der Winkel ADC gleich dem Winkel ACD und deshalb der Winkel BCD größer als ADC. Da der Winkel BCD größer als BDC ist und dem größeren Winkel die größere Seite gegenüber liegt, ist DB größer als BC.
Da DA gleich AC ist, sind BA und AC zusammen größer als BC.

Auf ähnliche Weise kann gezeigt werden, dass AB und BC zusammen größer als CA und auch, dass BC und CA zusammen größer als AB sind.



Deshalb sind im Dreieck jeweils zwei Seiten zusammen größer als die dritte, was zu zeigen war.

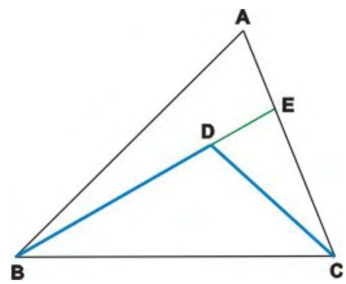
I.21.

Werden über der Seite eines Dreiecks zwei Strecken errichtet, die sich in einem Punkt im Innern des Dreiecks treffen, dann sind diese Strecken zusammen kleiner als die beiden Seiten des Dreiecks zusammen über derselben Seite, schließen aber einen größeren Winkel ein.

Werden über der Seite BC des Dreiecks ABC die Strecken BD und DC errichtet, die sich im Punkt D im Innern des Dreiecks treffen, dann, sage ich, sind BD und DC zusammen kleiner als BA und AC zusammen, aber der Winkel BDC ist größer als BAC.

Denn, wird BD bis zu E auf AC verlängert, dann sind im Dreieck ABE die Seiten AB und AE zusammen größer als BE. Wird beidem die gleiche Strecke EC hinzugefügt, dann sind BA und AC zusammen größer als BE und EC zusammen.

Da im Dreieck CED die Seiten CE und ED zusammen größer sind als CD, sind, mit beidem hinzugefügter Seite DB, die Seiten CE und EB zusammen größer als CD und DB zusammen. Da, wie gezeigt, BA und AC zusammen größer als BE und EC zusammen sind, ist BA und AC zusammen umso größer als BD und DC zusammen.
Da der äußere Winkel eines Dreiecks größer ist als ein innen gegenüber liegender, ist am Dreieck CDE der Winkel BDC größer als CED.



Aus den gleichen Gründen ist am Dreieck ABE der Winkel CEB größer als BAC. Da, wie gezeigt, der Winkel BAC größer ist als CEB, ist BDC umso größer als BAC.

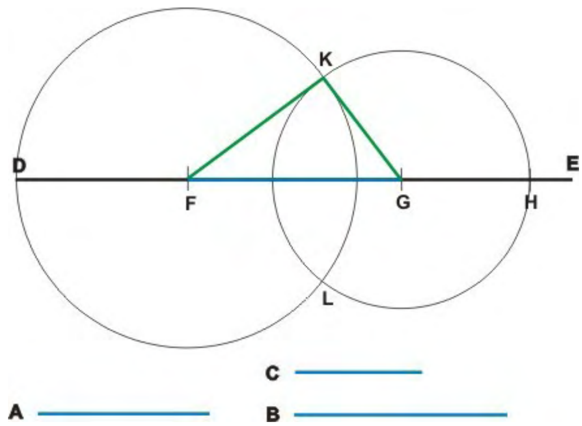
Deshalb sind zwei Strecken, die über der Seite eines Dreiecks errichtet sind und sich im Innern des Dreiecks treffen, zusammen kleiner als die Seiten des Dreiecks zusammen über derselben Seite, doch der Winkel den sie einschließen ist größer als der, den die Seiten des Dreiecks einschließen, was zu zeigen war.

I.22

Aus drei gegebenen Strecken, deren je zwei zusammen größer als die dritte sind, ein Dreieck konstruieren.

Es seien drei Strecken A, B, C gegeben, wovon je zwei zusammen größer als die dritte, also A und B zusammen größer als C, A und C zusammen größer als B, sowie B und C zusammen größer als A sind. Mit den Seitenlängen A, B, C soll ein Dreieck konstruiert werden.

Wenn auf einer Geraden DE, beginnend am Punkt D, eine Strecke DF gleich A, an F eine Strecke FG gleich B und an G eine Strecke GH gleich C gesetzt wird, um F mit Radius FD der Kreis DKL und um G mit Radius GH der Kreis KLH geschlagen wird, sodann die Strecken KF und KG gezogen werden, dann, sage ich, hat das Dreieck KFG Seitenlängen gleich A, B, C.



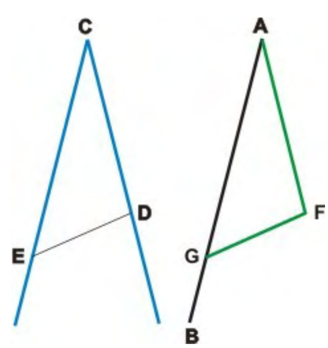
Da F der Mittelpunkt des Kreises DKL ist, ist die FD gleich FK. FD ist aber gleich A, also ist KF gleich A.
Da G der Mittelpunkt des Kreises LKH ist, ist GH gleich GK. GH ist aber gleich C, also ist GK gleich C.
Da KG gleich C und FG gleich B ist, sind KF, FG und GK Seiten eines Dreiecks, dessen Seitenlängen gleich A, B, C sind.

Deshalb sind KF, FG, GK, die gleich den gegebenen Strecken A, B, C sind, die Seiten des Dreiecks KFG, was auszuführen war.

I.23.

An eine Gerade in einem gegebenen Punkt einen gegebenen Winkel anlegen.

Es sei eine Gerade AB gegeben mit einem Punkt A auf ihr und der gradlinige Winkel DCE. Es soll an die Gerade AB im Punkt A ein Winkel gleich dem Winkel DCE angelegt werden.



Es ist vom beliebigen Punkt D zum beliebigen Punkt E auf den Schenkeln des Winkels DCE die Strecke DE zu ziehen und mit den drei Strecken CD, DE, CE ein Dreieck AFG zu errichten so, dass CD gleich AF, CE gleich AG und DE gleich FG ist.

Da die beiden Seiten DC und CE des einen Dreiecks gleich den Seiten FA und AG des andern sind, sind auch die Grundseiten
DE und FG gleich, auf denen sie errichtet sind, und damit ist auch der Winkel DCE gleich dem Winkel FAG.

Damit ist an die Gerade AB am gegebenen Punkt A der Winkel FAG angelegt, der gleich dem gegebenen Winkel DCE ist, was auszuführen war.

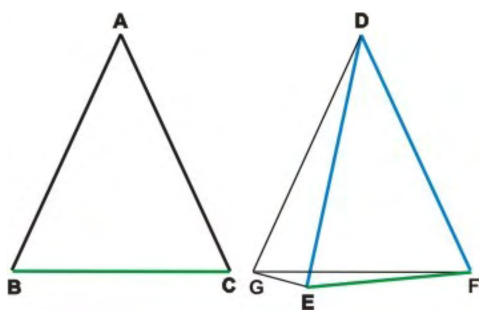
I.24.

Sind zwei Seiten eines Dreiecks gleich zwei Seiten eines anderen Dreiecks, ist aber der eine eingeschlossene Winkel größer als der andere, dann ist auch die Grundseite des einen, auf der die Seiten errichtet sind, größer als die Grundseite des anderen.

Wenn die Seiten AB und AC des Dreiecks ABC gleich den Seiten DE und DF des Dreiecks DEF sind, also AB gleich DE und AC gleich DF ist, der Winkel bei A aber größer ist als der Winkel bei D, dann, sage ich, ist BC größer als EF.

Da der Winkel BAC größer ist als der Winkel EDF, ist auf DF im Punkt D der dem Winkel BAC gleiche Winkel EDG anzulegen, so dass DG gleich AC und gleich DF ist, sodann sind EG und FG einzuzeichnen.
Da AB gleich DE und AC gleich DG, sind die Seiten BA und AC des einen gleich den Seiten ED und DG des anderen Dreiecks und ebenso ist der Winkel BAC gleich dem Winkel EDG, also ist auch BC gleich EG.

Da auch DF gleich DG ist, ist der Winkel DGF gleich dem Winkel DFG. Also ist der Winkel DFG größer als EGF und der Winkel EFG umso größer als EGF.
Da im Dreieck EFG der Winkel EFG größer ist als EGF und dem größeren Winkel die größere Seite gegenüber liegt, ist EG größer als EF. Da EG gleich BC ist, ist BC größer als EF.



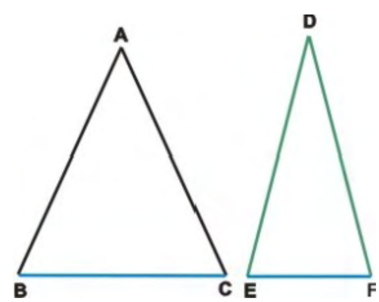
Deshalb ist die Grundseite eines Dreiecks, dessen auf ihr errichtete Seiten gleich den Seiten eines anderen Dreiecks sind, der von ihnen eingeschlossene Winkel aber größer ist als der von den andern, größer als die Grundseite des andern Dreiecks, was zu zeigen war.

I.25.

Sind zwei Seiten eines Dreiecks gleich zwei Seiten eines anderen Dreiecks, ist aber die Grundseite, auf der die Seiten errichtet sind, größer als die Grundseite des anderen, dann liegt ihr ein größerer Winkel gegenüber wie der anderen Grundseite.

Wenn im Dreieck ABC die Seiten AB und AC gleich den Seiten DE und DF des Dreiecks DEF sind, also AB gleich DE und AC gleich DF ist, die Grundseite BC des einen aber größer ist als die Grundseite EF des anderen, dann, sage ich, ist der Winkel BAC größer als der Winkel EDF.

Denn ist er es nicht, dann ist der Winkel BAC gleich oder kleiner als der Winkel EDF. Also ist dann BC entweder gleich EF oder kleiner als EF, was beides nicht möglich ist.



Deshalb ist in einem Dreieck, in dem zwei Seiten gleich zwei Seiten eines anderen sind, in dem aber die Grundseite, auf der diese errichtet sind, größer ist als die Grundseite des anderen, auch der Winkel, der gegenüber der Grundseite liegt, größer als im anderen, was zu zeigen war.

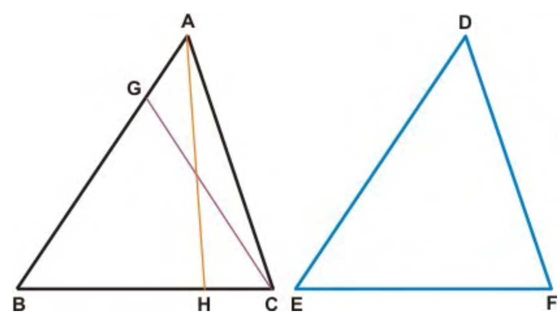
I.26.

Sind bei zwei Dreiecken zwei Winkel des einen gleich zwei Winkeln des andern und ist entweder die Seite zwischen den Winkeln oder eine, die einem der gleichen Winkel gegenüber liegt, des einen Dreiecks gleich derjenigen im anderen, dann sind auch die übrigen Seiten und der übrige Winkel im einen gleich denjenigen im andern.

Wenn in den Dreiecken ABC und DEF die Winkel ABC und BCA gleich den Winkeln DEF und EFD sind, die einen im einen gleich den andern im andern, also der Winkel ABC gleich DEF und der Winkel BCA gleich EFD ist, und die Seiten zwischen den Winkeln gleich sind, also BC gleich EF ist, dann, sage ich zunächst, sind auch die übrigen Seiten gleich, also AB gleich DE und AC gleich DF, und auch der übrige Winkel BAC ist gleich EDF.

Denn ist AB der Seite DE nicht gleich, dann ist eine davon größer, es sei dies AB. Es ist dann von AB eine Strecke BG, die gleich DE ist, abzuteilen und GC zu ziehen.
Also ist dann BG gleich DE und BC gleich EF, die zwei Seiten BG und BC den Seiten DE und EF gleich, jeweils eine der anderen, womit der Winkel GBC gleich DEF ist.
Da dann GC gleich DF ist und damit das Dreieck GBC mit dem Dreieck DEF übereinstimmt, sind die übrigen Winkel im einen gleich den Winkeln im andern und ebenso die übrigen Seite.
Es dann ist der Winkel GCB gleich DFE und DFE gleich BCA, also BCG gleich BCA, der kleinere dem größeren, was nicht möglich ist.
Also ist AB der Seite DE nicht ungleich, sondern gleich. Da BC gleich EF ist, sind die Seiten AB und BC gleich den Seiten DE und EF, jeweils die eine der anderen, somit ist der Winkel ABC gleich DEF. AC ist damit gleich DF und der Winkel BAC gleich EDF.

Sind dagegen die beiden Seiten, die einem der gleichen Winkel gegenüber liegen, gleich, ist also AB gleich DE, dann, sage ich auch, sind auch die übrigen Seiten gleich, also AC gleich DF und BC gleich EF, und auch der übrige Winkel
BAC ist gleich EDF.



Denn ist BC der Seite EF nicht gleich, dann ist eine davon größer, es sei dies BC. Es dann von BC eine Strecke BH, die gleich EF ist, abzuteilen und AH zu ziehen.

Also ist dann BH gleich EF und AB gleich DE, die zwei Seiten AB und BH den Seiten DE und EF gleich, jeweils die eine der anderen, und schließen den gleichen Winkel ein.
Da dann AH gleich DF ist und damit das Dreieck ABH mit dem Dreieck DEF übereinstimmt, sind die übrigen Winkel im einen gleich den Winkeln im andern und ebenso die übrigen Seite.
Es dann ist der Winkel BHA gleich EFD und der Winkel EFD gleich BCA, also BHA gleich BCA, der äußere Winkel BHA im Dreieck AHC dem innen gegenüber liegenden Winkel BCA, was nicht möglich ist.
Also ist BC der Seite EF nicht ungleich, sondern gleich. Da AB gleich DE ist, sind die Seiten AB und BC gleich den Seiten DE und EF, jeweils die eine der andern, somit ist das Dreieck ABC gleich dem Dreieck DEF und der übrige Winkel BAC gleich EDF.

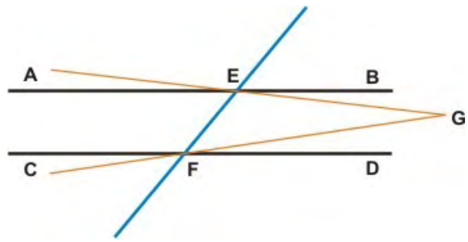
Deshalb sind in zwei Dreiecken, in denen zwei Winkel und entweder die Seiten zwischen den Winkeln oder Seiten, die gleichen Winkeln gegenüber liegen, gleich sind, auch die übrigen Seiten gleich und der übrige Winkel, was zu zeigen war.

I.27.

Werden zwei Gerade von einer Geraden geschnitten und sind wechselseitige Winkel gleich, dann sind die beiden Geraden parallel.

Wenn zwei Gerade AB und CD von einer Geraden EF geschnitten werden und die wechselseitigen Winkel AEF und EFD sind gleich, dann sind die Geraden AB und CD parallel.

Denn wären sie es nicht, dann würden sich AB und CD nach Verlängerung außerhalb von B und D oder außerhalb von A und C treffen. Würden sie sich außerhalb von B und D im Punkt G treffen, dann wäre im Dreieck GEF der äußere Winkel AEF gleich dem innen gegenüber liegenden Winkel EFG, was nicht möglich ist.



Also treffen sich AB und CD nicht außerhalb von B und D. Da sie sich auch nicht außerhalb von A und C treffen, wie auf ähnliche Weise gezeigt werden kann, und Gerade, die sich nicht treffen, parallel sind, sind die Geraden AB und CD parallel.

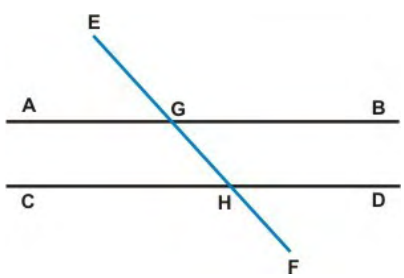
Deshalb sind zwei Gerade parallel, die von einer Geraden geschnitten werden und wechselseitige Winkel gleich sind, was zu zeigen war.

I.28.

Werden zwei Gerade von einer Geraden geschnitten und ist ein äußerer gleich dem innen an derselben Geraden gegenüber liegenden Winkel oder sind beide an einer Geraden innen liegende Winkel zusammen gleich zwei rechten, dann sind die beiden Geraden parallel.

Wenn zwei Gerade AB und CD von einer Geraden EF geschnitten werden und der äußere Winkel EGB ist gleich dem innen an derselben Geraden gegenüber liegenden Winkel GHD oder die beiden innen an einer Geraden liegenden Winkel BGH und GHD zusammen sind gleich zwei rechten, dann, sage ich, sind die Geraden AB und CD parallel.

Denn da der Winkel EGB gleich GHD und EGB gleich AGH ist, ist auch AGH gleich GHD, die wechselseitige Winkel sind.
Also sind die Geraden AB und CD parallel.
Da aber die Winkel BGH und GHD zusammen gleich zwei rechten sind und ebenso AGH und BGH zusammen, sind die Winkel AGH und BGH zusammen gleich BGH und GHD zusammen. Wird von beidem der ihnen gemeinsame Winkel BGH weggenommen, ist AGH gleich GHD, die wechselseitige Winkel sind.
Also sind die Geraden AB und CD parallel.



Deshalb sind zwei Gerade parallel, die von einer Geraden geschnitten werden und ein äußerer Winkel ist gleich einem innen an derselben Geraden gegenüber liegender oder die beiden an einer Geraden innen liegende Winkel zusammen sind gleich zwei rechten, was zu zeigen war.

Anmerkung:

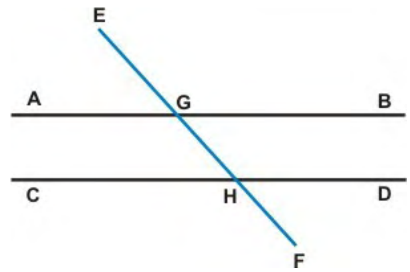
Der Winkel EGB und der Winkel GHD heißen Stufenwinkel

I.29.

Werden zwei parallele Gerade von einer Geraden geschnitten, dann sind wechselseitige Winkel gleich, dann sind Stufenwinkel gleich und die beiden innen an einer Geraden liegenden Winkel sind gleich zwei rechten.

Wenn AB und CD zwei Parallele sind und von der Geraden EF geschnitten werden, dann, sage ich, sind die wechselseitigen Winkel AGH und GHD gleich, dann sind die Stufenwinkel EGB und GHD gleich und die beiden innen an einer Geraden liegenden Winkel BGH und GHD sind zusammen gleich zwei rechten.

Denn wenn die Winkel AGH und GHD nicht gleich sind, dann ist einer größer. Ist AGH der größere und wird beiden der Winkel BGH hinzugefügt, dann ist AGH und BGH zusammen größer als BGH und GHD zusammen.



Da AGH und BGH zusammen gleich zwei rechten Winkeln sind, sind dann BGH und GHD zusammen kleiner als zwei rechte. Zwei geschnittene Gerade mit zwei Winkeln, die kleiner als zwei rechte sind, treffen sich. Also würden sich dann AB und CD treffen.
Sie treffen sich aber nicht und sind parallel, was vorausgesetzt ist.
Die Winkel AGH und GHD sind also nicht ungleich, sondern gleich.
Auch die Winkel AGH und EGB sind gleich, damit auch EGB und GHD.

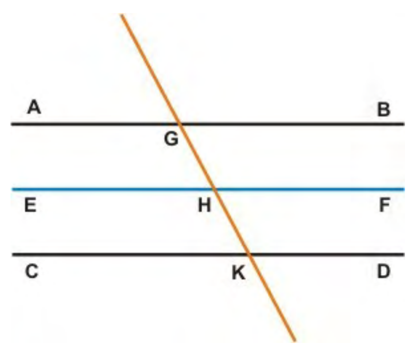
Da der Winkel EGB gleich GHD ist, sind, zu beidem der Winkel BGH hinzugenommen, die Winkel EGB und BGH zusammen gleich BGH und GHD zusammen. EGB und BGH zusammen sind gleich zwei rechten Winkeln, also sind auch BGH und GHD zusammen gleich zwei rechten.

Deshalb sind dann, wenn Parallele von einer Geraden geschnitten werden, wechselseitige Winkel gleich, es sind die Stufenwinkel gleich und die beiden innen an einer Geraden liegenden Winkel sind gleich zwei rechten, was zu zeigen war.

I.30.

Sind Gerade zu der gleichen Geraden parallel, dann sind sie zueinander parallel.

Wenn die Geraden AB und CD parallel zu EF sind, dann, sage ich, ist auch AB parallel zu CD.



Ist GK eine schneidende Gerade und sind AB, EF parallel, dann ist der Winkel AGK gleich GHF. Da auch EF und CD parallel sind, ist der Winkel GHF gleich GKD. Also ist AGK gleich GKD.

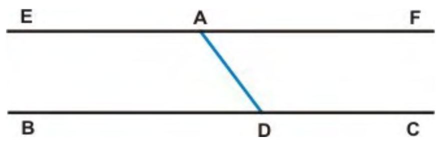
Da dies wechselseitige Winkel sind, ist AB parallel zu CD, was zu zeigen war.

I.31.

Durch einen gegebenen Punkt zu einer gegebenen Geraden eine Parallele ziehen.

Es sei der Punkt A und die Gerade BC gegeben. Durch A soll eine Parallele zur Geraden BC gezogen werden.

Es ist ein beliebiger Punkt D auf BC zu setzen und AD zu ziehen, an DA ist im Punkt A der Winkel DAE gleich ADC anzulegen und EA um AF zu verlängern.



Da dann AD die beiden Geraden BC und EF schneidet mit den Winkeln EAD und ADC, die wechselseitige Winkel sind, sind EF und BC parallel.

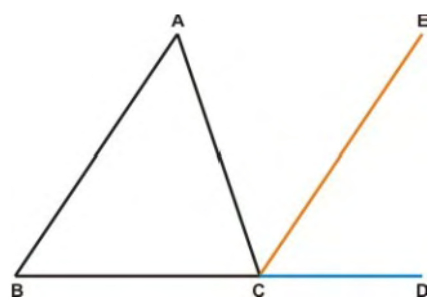
Damit ist durch den gegebenen Punkt A zur gegebenen Geraden AB die Parallele EF gezogen, was auszuführen war.

I.32.

An einem Dreieck, an dem eine Seite verlängert ist, ist der äußere Winkel gleich den beiden innen gegenüber liegenden zusammen und die drei inneren Winkel des Dreiecks zusammen sind gleich zwei rechten.

Wenn am Dreieck ABC die Seite BC bis D verlängert wird, dann, sage ich, ist der äußere Winkel ACD gleich den innen gegenüber liegenden Winkeln CAB und ABC zusammen und die drei inneren Winkel ABC, BCA, CAB zusammen sind gleich zwei rechten.

Es ist durch den Punkt C eine Parallele zu AB zu ziehen, diese sei CE.
Da AB und CE parallel sind und von AC geschnitten werden, sind die Winkel BAC und ACE gleich. Da AB und CE parallel sind und von BD geschnitten werden, ist der äußere Winkel ECD gleich dem innen gegenüber liegenden ABC.



Da der Winkel ACE gleich BAC ist, ist ACD gleich BAC und ECD zusammen. Zu beidem der gleiche Winkel ACB hinzugenommen sind dann die Winkel ACD und ACB zusammen gleich ABC, BCA und CAB zusammen.

Da die Winkel ACD und ACB zusammen gleich zwei rechten sind, sind auch ACB, CBA und CAB zusammen gleich zwei rechten.

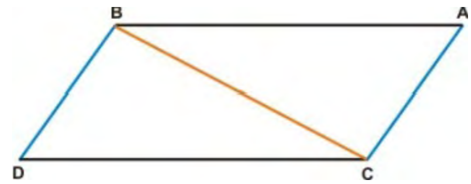
Deshalb ist an einem Dreieck, an dem eine Seite verlängert ist, der äußere Winkel gleich den innen gegenüber liegenden und sind die drei innen liegenden Winkel gleich zwei rechten, was zu zeigen war.

I.33.

Gerade Strecken, die die Endpunkte zweier gleicher gerader und paralleler Strecken verbinden, sind selbst gleich und parallel.

Wenn zwei gleiche gerade und parallele Strecken AB und CD an ihren Endpunkten mit geraden Strecken AC und BD verbunden werden, dann, sage ich, sind AC und BD gleich und parallel.

Denn wird BC gezogen, dann sind AB und CD Parallele, die von BC geschnitten werden. Die Winkel ABC und BCD sind dann wechselseitige Winkel und gleich.
Da AB und BC mit BC und CD übereinstimmen und die eingeschlossenen Winkel ABC und BCD gleich sind, sind die Grundseiten AC und BG der Dreiecke ABC und BCD gleich und deshalb auch die übrigen Winkel, die gleichen Seiten gegenüber liegen.
Also sind die Winkel ACB und CBD gleich, die wechselseitige Winkel zu AC und BD sind, die von BC geschnitten werden.
Damit sind AC und BD parallel, und auch gleich, wie bereits gezeigt.



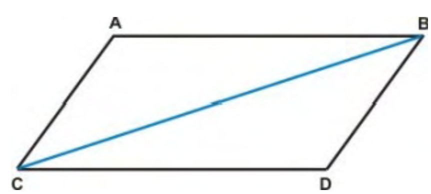
Deshalb sind zwei Strecken, die die Endpunkte zweier gleicher gerader und paralleler Strecken verbinden, selbst gleich und parallel, was zu zeigen war.

I.34.

Im Parallelogramm sind gegenüber liegende Seiten und Winkel gleich und es teilt die Diagonale das Parallelogramm in zwei gleiche Teile.

Das Parallelogramm ACDB mit Diagonale BC, sage ich, hat gegenüber liegende gleiche Seiten und Winkel und die Diagonale BC teilt es zwei gleiche Teile.

Denn da AB und CD Parallelen sind, die von BC geschnitten werden, sind die wechselseitigen Winkel ABC und BCD gleich. Da auch AC und BD Parallelen sind, die von BC geschnitten werden, sind die wechselseitigen Winkel ACB und CBD gleich.
Also haben die Dreiecke ABC und BCD die gleichen wechselseitigen Winkel ABC, BCA und BCD, CBD und die gemeinsame Seite BC.
Damit liegen auch ihre übrigen Seiten an gleichen wechselseitigen Winkeln und es ist AB gleich CD, AC gleich BD und der Winkel BAC gleich CDB.
Da der Winkel ABC gleich BCD und der Winkel CBD gleich ACB, ist ABD gleich ACD.
Wie gezeigt, ist auch der Winkel BAC gleich CDB.
Deshalb sind im Parallelogramm gegenüber liegende Seiten und Winkel gleich.



Ich sage nun, die Diagonale teilt es in zwei gleiche Teile. Da AB gleich CD ist, sind mit der gemeinsamen Seite BC die Seiten AB, BC und CD, BC jeweils gleich und der Winkel ABC ist gleich BCD. Also stimmen die Dreiecke ABC und BCD überein.

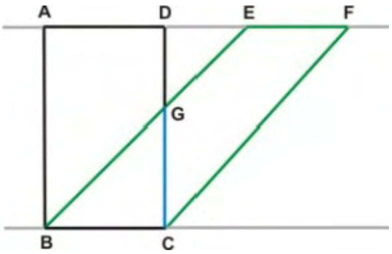
Deshalb teilt die Diagonale BC das Parallelogramm ABCD in zwei gleiche Teile, was zu zeigen war.

I.35.

Parallelogramme, auf derselben Grundseite errichtet, zwischen denselben Parallelen sind gleich.

Wenn zwei Parallelogramme ABCD und EBCF auf derselben Grundseite BC errichtet sind und zwischen denselben Parallelen AF und BC liegen, dann, sage ich, ist ABCD dem EBCF gleich.

Da ABCD ein Parallelogramm ist, ist AD gleich BC und aus dem gleichen Grund ist EF gleich BC. Da AD gleich EF ist, das gleiche DE hinzugefügt, AE gleich DF.



Da AB gleich DC, sind die einen Strecken EA und AB gleich den anderen Strecken FD und DC, ebenso sind die eingeschlossenen Winkel FDC und EAB gleich.

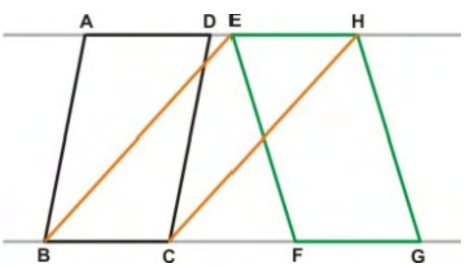
Es sind EB und FC gleich und die Grundseiten der Dreiecke EAB und DFC. Von diesen gleichen Dreiecken das gleiche Dreieck DGE weggenommen, ist das Trapez ABGD gleich dem Trapez EGCF. Beidem das gleiche Dreieck GBC hinzugefügt, ist das Parallelogramm ABCD gleich dem Parallelogramm EBCF.

Deshalb sind Parallelogramme auf derselben Grundseite zwischen denselben Parallelen gleich, was zu zeigen war.

I.36.

Parallelogramme, auf gleichen Grundseiten auf derselben Geraden errichtet, zwischen denselben Parallelen sind gleich.

Wenn zwei Parallelogramme ABCD und EFGH auf gleichen Grundseiten BC und FG errichtet sind und zwischen denselben Parallelen AH und BG liegen, dann, sage ich, ist das Parallelogramm ABCD dem EFGH gleich.



Denn wird BE und CH gezogen, dann, da BC gleich FG und FG gleich EH, ist BC gleich EH und parallel. Da EB und HC Strecken gleicher Länge an ihren Endpunkten verbinden, die parallel sind, sind sie selbst gleich und parallel.

Also sind die Parallelogramme EBCH und ABCD gleich, denn sie sind auf derselben Grundseite BC errichtet, und liegen zwischen ihr und derselben Parallelen AH.
Aus gleichen Gründen ist das Parallelogramm EFGH gleich EBCH, also ist das Parallelogramm ABCD gleich EFGH.

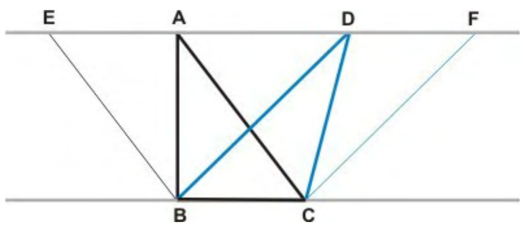
Deshalb sind Parallelogramme auf gleichen Grundseiten zwischen denselben Parallelen gleich, was zu zeigen war.

I.37.

Dreiecke, auf derselben Grundseite errichtet, zwischen denselben Parallelen sind gleich.

Wenn zwei Dreiecke ABC und DBC auf derselben Grundseite BC errichtet sind und zwischen denselben Parallelen AD und BC liegen, dann, sage ich, ist das Dreieck ABC gleich DBC.

Denn, wird AD nach beiden Seiten um BC bis E und F verlängert, durch B die zu CA parallele BE gezogen, sowie durch C die zu BA parallele CF, dann sind die Parallelogramme EBCA und DBCF gleich.



Da sie auf derselben Grundseite BC errichtet sind, die zu EF parallel ist, und das Parallelogramm EBCA durch die Diagonale AB in zwei gleiche Teile geteilt wird, deren einer das Dreieck ABC ist, wird ebenso das Parallelogramm DBCF durch die Diagonale DC in zwei gleiche Teile geteilt, deren einer das Dreieck DBC ist. Also ist das Dreieck ABC gleich dem Dreieck DBC.

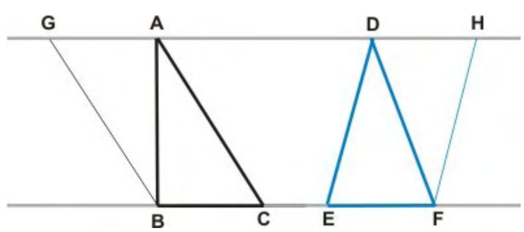
Deshalb sind zwei Dreiecke gleich, die auf derselben Grundseite errichtet sind und zwischen denselben Parallelen liegen, was zu zeigen war.

I.38.

Dreiecke, auf gleichen Grundseiten auf derselben Geraden errichtet und zwischen denselben Parallelen sind gleich.

Wenn zwei Dreiecke ABC und DEF auf den gleichen Grundseiten BC und EF errichtet sind und zwischen denselben Parallelen BF und AD liegen, dann, sage ich, ist das Dreieck ABC gleich DEF.

Denn, wird AD nach beiden Seiten um BC bis G und H verlängert, durch B die zu CA parallele BG gezogen, sowie durch F die zu DE parallele FH, dann sind die Parallelogramme GBCA und DEFH gleich.



Da sie auf gleichen Grundseiten BC und EF errichtet sind, die auf einer Parallelen zu GH liegen, wird das Parallelogramm GBCA durch die Diagonale AB in zwei gleiche Teile geteilt, deren einer das Dreieck ABC ist.

Ebenso wird das Parallelogramm DEFH durch die Diagonale DF in zwei gleiche Teile geteilt, deren einer das Dreieck FED ist. Also ist das Dreieck ABC gleich dem Dreieck DEF.

Deshalb sind zwei Dreiecke gleich, die auf gleichen Grundseiten errichtet sind und zwischen denselben Parallelen liegen, was zu zeigen war.

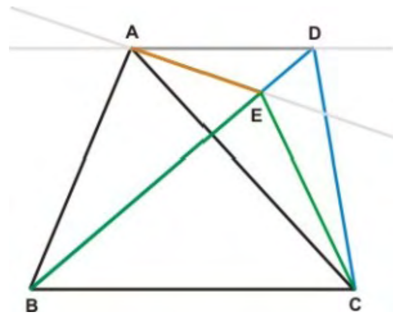
[I.39.]

Gleiche Dreiecke, auf derselben Grundseite errichtet, liegen zwischen denselben Parallelen.

Wenn zwei gleiche Dreiecke ABC und DBC auf derselben Grundseite BC errichtet sind, dann, sage ich, liegen sie zwischen BC und einer Parallelen zu ihr.

Zieht man nämlich die Gerade AD, dann, sage ich, ist AD parallel zu BC.
Denn ist sie es nicht, dann ist eine Gerade AE durch den Punkt A eine Parallele zu BC und es kann EC gezogen werden.

Es sind dann die Dreiecke ABC und EBC gleich, denn sie sind auf derselben Grundseite errichtet und liegen zwischen Parallelen. Da das Dreieck ABC gleich DBC ist, ist DBC dann auch gleich EBC, das größere dem kleineren, was nicht möglich ist.



Also ist AE nicht parallel zu BC. Ebenso kann gezeigt werden, dass auch keine andere Gerade als AD parallel zu BC ist. Also ist AD parallel zu BC.

Deshalb liegen gleiche Dreiecke, die auf derselben Grundseite errichtet sind, zwischen dieser und einer Parallelen zu ihr, was zu zeigen war.

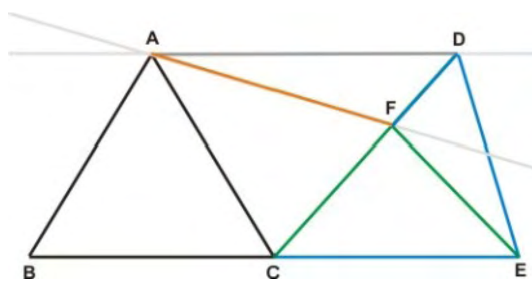
[I.40.]

Gleiche Dreiecke, auf gleichen Grundseiten auf derselben Geraden errichtet, liegen zwischen denselben Parallelen.

Wenn zwei gleiche Dreiecke ABC und CDE auf gleichen Grundseiten BC und CE, die auf einer Geraden liegen, errichtet sind, dann, sage ich, liegen sie zwischen dieser und einer Parallelen zu ihr.

Zieht man nämlich die Gerade AD, dann, sage ich, ist AD parallel zu BE.
Denn ist sie es nicht, dann ist eine Gerade AF durch A eine Parallele zu BE und es kann FE gezogen werden.

Es sind dann die Dreiecke ABC und FCE gleich, denn sie sind auf gleichen Grundseiten BC und CE errichtet und liegen zwischen Parallelen.
Da das Dreieck ABC gleich DCE ist, ist dann auch DCE gleich FCE, das größere dem kleineren, was nicht möglich ist.



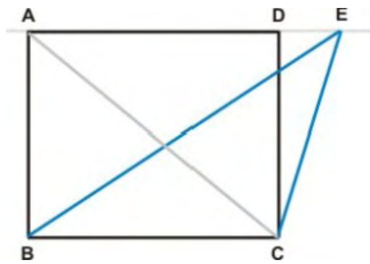
Also ist AF nicht parallel zu BE. Ebenso kann gezeigt werden, dass auch keine andere Gerade als AD parallel zu BE ist. Also ist AD parallel zu BE.

Deshalb liegen gleiche Dreiecke, die auf gleichen Grundseiten errichtet sind, die auf derselben Geraden liegen, zwischen dieser und einer Parallelen zu ihr, was zu zeigen war.

I.41.

Ein Parallelogramm, das mit einem Dreieck auf derselben Grundseite errichtet ist und wie dieses zwischen denselben Parallelen liegt, ist das Doppelte des Dreiecks.

Wenn ein Parallelogramm ABCD die gleiche Grundseite BC hat wie ein Dreieck EBC und wie dieses zwischen den Parallelen BC und AE liegt, dann, sage ich, ist das Parallelogramm ABCD das Doppelte des Dreiecks BEC.



Denn wird AC gezogen, dann haben die Dreiecke ABC und EBC die gleiche Grundseite BC, sie liegen zwischen denselben Parallelen BC und AE und sind gleich.

Da das Parallelogramm ABCD durch die Diagonale AC in zwei gleiche Teile geteilt wird, ist das Parallelogramm ABCD das Doppelte des Dreiecks ABC und auch das Doppelte des Dreiecks EBC.

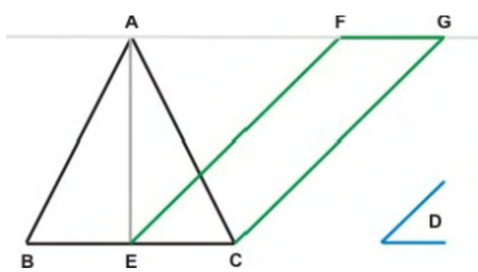
Deshalb ist ein Parallelogramm, das mit einem Dreieck die Grundseite gemeinsam hat und wie dieses zwischen denselben Parallelen liegt, das Doppelte des Dreiecks, was zu zeigen war.

I.42.

Ein Parallelogramm errichten, das einem gegebenen Dreieck gleich ist und einen vorgegebenen Winkel hat.

Es sei das Dreieck ABC gegeben und der gradlinige Winkel D. Es soll ein dem Dreieck ABC gleiches Parallelogramm mit dem Winkel D errichtet werden.

Es ist BC in E in zwei gleiche Teile zu teilen, AE zu ziehen und im Punkt E an EC ein dem D gleicher Winkel anzulegen. Es ist dann durch A die zu EC parallele AG zu ziehen, durch C die zu EF parallele CG. FECG ist dann ein Parallelogramm.



Da BE gleich EC ist, ist das Dreieck ABE gleich dem Dreieck AEC.
Da diese auf den gleichen Grundseiten BE und EC errichtet sind und zwischen denselben Parallelen liegen, ist ABC das Doppelte von AEC.

Aber auch das Parallelogramm FECG ist das Doppelte von AEC, denn sie sind auf der gleichen Grundseite errichtet und liegen zwischen denselben Parallelen.

Also ist das Parallelogramm FECG gleich dem Dreieck ABC und hat den Winkel CEF, der gleich D ist.

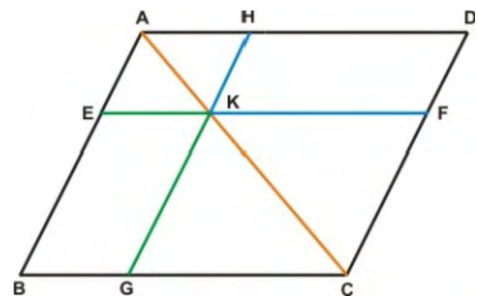
Also ist ein einem gegebenem Dreieck gleiches Parallelogramm errichtet, das einen gegebenen Winkel hat, was auszuführen war.

I.43.

Ist ein Parallelogramm an einem Punkt seiner Diagonalen in vier Parallelogramme aufgeteilt, dann sind diejenigen Parallelogramme gleich, die neben den Parallelogrammen auf der Diagonalen liegen.

Wenn das Parallelogramm ABCD am Punkt K auf seiner Diagonalen AC in vier Parallelogramme aufgeteilt ist, und die Parallelogramme AEKH und KGCF auf der Diagonalen AC liegen und die Parallelogramme EBGK und HKFD neben ihnen, dann, sage ich, ist EBGK gleich HKFD.

Da das Parallelogramm ABCD durch die Diagonale AC in zwei gleiche Teile geteilt wird, ist das Dreieck ABC gleich ACD.
Ebenso wird das Parallelogramm AEKH durch die Diagonale AK in zwei gleiche Teile geteilt und es ist das Dreieck AEK gleich AHK. Aus den gleichen Gründen ist das Dreieck KFC gleich KGC.



Also sind die Dreiecke AEK und KGC zusammen gleich AHK und KFC zusammen; diese von den gleichen Dreiecken ABC und ADC weggenommen, sind die Parallelogramme EBGK und HKFD gleich.

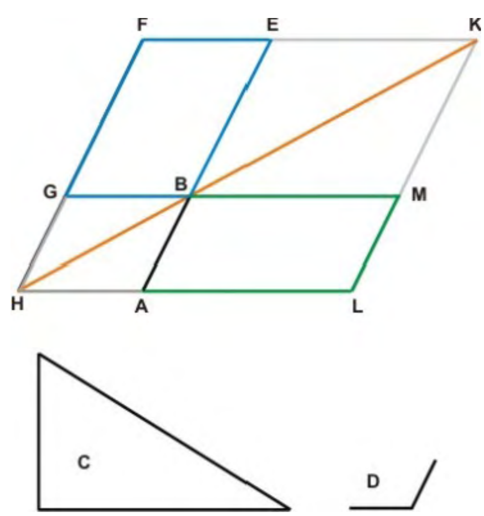
Deshalb sind in einem Parallelogramm, das an einem Punkt auf der Diagonalen in vier Parallelogramme aufgeteilt ist, diejenigen Parallelogramme gleich, die neben den Parallelogrammen auf der Diagonalen liegen.

I.44.

Auf einer Strecke ein Parallelogramm errichten, das einem gegebenen Dreieck gleich ist und einen gegebenen Winkel hat.

Es seien eine Strecke AB, ein Dreieck C und der gradlinige Winkel D gegeben. Es soll auf AB ein Parallelogramm errichtet werden, das dem Dreieck C gleich ist und den Winkel D hat.

Es ist das Parallelogramm BEFG, das C gleich ist und den Winkel EBG hat, der D gleich ist, so zu errichten, dass BE und AB auf derselben Geraden liegen. Dann ist FG bis H zu verlängern, durch A die zu BG und EF parallele AH zu ziehen und dann HB einzuzeichnen.



Da AH und EF parallel sind und von HF geschnitten werden, sind die Winkel AHF und HFE zusammen gleich zwei rechten Winkeln.
Da die Winkel BHG und GFE zusammen kleiner als zwei rechte sind, werden sich die Geraden HB und FE, wenigstens nach Verlängerung, in einem Punkt treffen.

Es sei K dieser Punkt und es ist dann durch K die zu EA und FH parallele KL zu ziehen und die Geraden HA und GB bis zu den Punkten L und M zu verlängern.

Es ist dann HLKF ein Parallelogramm, auf dessen Diagonalen HK die Parallelogramme ABGH und BMKE liegen und neben ihnen die Parallelogramme EFGB und ALMB, die damit gleich sind.
Das Parallelogramm EFGB ist gleich dem Dreieck C, deshalb ist auch ALMB gleich C.
Da der Winkel GBE gleich ABM ist und GBE gleich dem Winkel D, ist auch ABM gleich D.

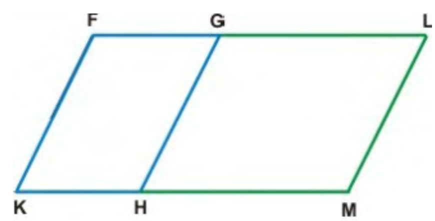
Also ist auf der gegebenen Strecke AB ein Parallelogramm ALMB errichtet, das dem gegebenen Dreieck C gleich ist und den Winkel ABM hat, der dem gegebenen Winkel D gleich ist, was auszuführen war.

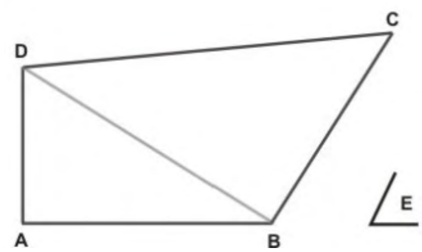
I.45.

Ein Parallelogramm mit gegebenem Winkel errichten, das einer gegebenen gradlinigen Figur gleich ist.

Es seien das Polygon ABCD und der gradlinige Winkel E gegeben. Es soll ein der gradlinigen Figur ABCD gleiches Parallelogramm mit dem Winkel E errichtet werden.

Es ist DB zu ziehen und ein dem Dreieck ABD gleiches Parallelogramm FKHG mit dem Winkel HKF, der dem Winkel E gleich ist, zu errichten. Sodann ist an die Seite GH das dem Dreieck DBC gleiche Parallelogramm GHML mit dem Winkel GHM, der dem Winkel E gleich ist, anzufügen.





Der Winkel E ist gleich HKF und gleich GHM, somit ist der Winkel HKF gleich GHM. Beiden der gleiche Winkel KHG hinzugefügt, ist dann FKH und KHG zusammen gleich KHG und GHM zusammen.
Die Winkel FKH und KHG zusammen sind gleich zwei rechten, also sind auch KHG und GHM zusammen gleich zwei rechten.
Da GH im Punkt H mit KH und HM die Winkel nicht nach derselben Seite bildet, liegen KH und HM auf derselben Geraden.
Die Parallelen KM und FL werden von GH geschnitten, es sind deshalb die wechselseitigen Winkel MHG und HGF gleich. Beiden der gleiche Winkel HGL hinzugefügt, ist dann MHG und HGL zusammen gleich HGF und HGL zusammen.
Die Winkel MHG und HGL zusammen sind gleich zwei rechten, also sind auch HGF und HGL zusammen gleich zwei rechten.
FG und GL liegen deshalb auf derselben Geraden.
FK ist der HG gleich und parallel, auch HG ist der ML gleich und parallel, also ist auch KF der ML gleich und parallel.
Da sie die Strecken KM und FL an ihren Endpunkten verbinden, sind auch diese gleich und parallel. KFLM ist deshalb ein Parallelogramm.
Das Dreieck ABD ist gleich dem Parallelogramm GFKH und das Dreieck DBC gleich dem Parallelogramm GHML, damit ist ABCD gleich dem Parallelogramm KFLM.

Also ist das der gradlinigen Figur ABCD gleiche Parallelogramm KFLM mit dem Winkel FKM, der gleich E ist, errichtet, was auszuführen war.

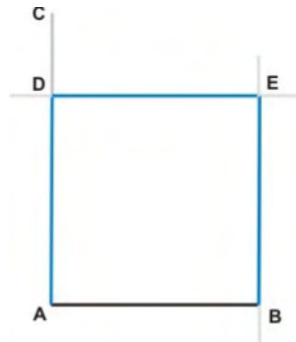
I.46.

Über einer geraden Strecke das Quadrat beschreiben.

Es sei eine gerade Strecke AB gegeben. Es soll das Quadrat über AB beschrieben werden.

Zu errichten ist auf AB im Punkt A die Senkrechte AC, auf ihr die Strecke AD gleich AB zu schneiden, parallel zu AB im Punkt D die Gerade DE zu ziehen und parallel zu AB in B die Gerade BE.

Das errichtete Parallelogramm ist ADEB, damit ist AB gleich DE, AD gleich DE, also auch AB gleich AD.
Somit sind BA, AD, DE und EB gleich und das Parallelogramm ADEB ist gleichseitig.



Ich sage, es ist auch rechtwinklig.
Die Parallelen AB und DE werden von AD geschnitten, also sind die gegenüber liegenden Winkel BAD und ADE zusammen gleich zwei rechten. Es ist aber BAD ein rechter Winkel, also auch ADE. Ebenso sind die gegenüber liegenden ABE und BED rechte Winkel. Also ist ADEB rechtwinklig; auch dass es gleichseitig ist, wurde gezeigt, weshalb es ein Quadrat ist.

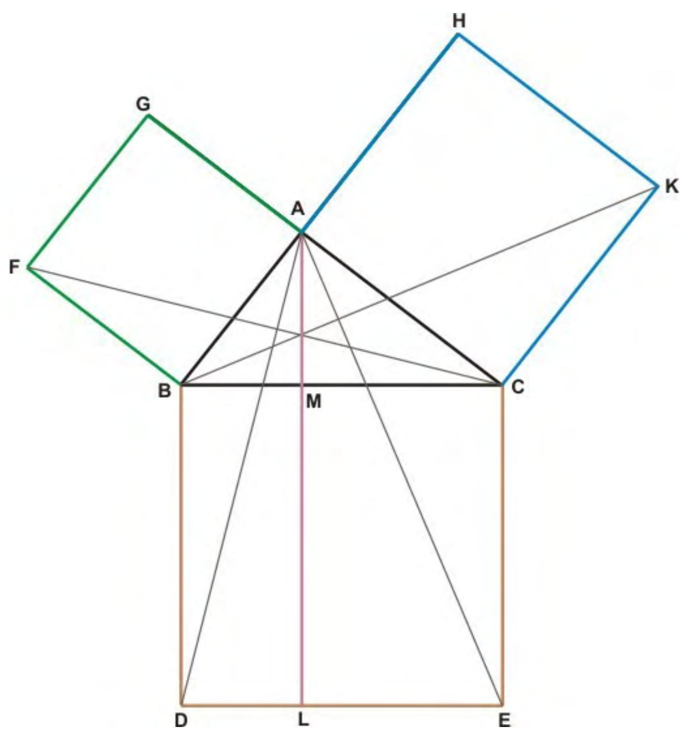
Somit ist das Quadrat über der gegebenen Strecke AB ausgeführt, was aufgegeben war.

I.47.

Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der dem rechten Winkel gegenüber liegenden Seite gleich den Quadraten über den Seiten zusammen, die ihn einschließen.

Wenn das Dreieck ABC den rechten Winkel BAC hat, dann sage ich, ist das Quadrat über BC gleich den Quadraten auf BA und AC zusammen.

Es ist auf BC das Quadrat BDEC zu errichten und auch auf BA und AC die Quadrate ABFG und AHKC. Sodann ist durch A die zu BD und CE parallele AL und sind AD, AE, CF und BK zu ziehen.



Da die nebeneinander liegenden Winkel BAC und BAG rechte Winkel im Punkt A sind, die BA nicht nach derselben Seite gerichtet bildet, liegen CA und AG auf derselben Geraden.

Aus den gleichen Gründen liegen auch BA und AH auf derselben Geraden. Der Winkel DBC ist gleich FBA, beiden der gleiche Winkel ABC hinzugefügt, ist der Winkel DBA gleich FBC.

Es ist DB gleich BC und FB gleich BA, also sind die einen beiden Strecken DB und BA gleich den anderen beiden Strecken FB und BC.
AD ist somit gleich FC und das Dreieck ABD gleich FBC.

Das Parallelogramm BDLM ist das Doppelte des Dreiecks ABD, da beide auf derselben Grundseite BD errichtet sind und zwischen denselben Parallelen BD und AL liegen.
Das Quadrat AGFB ist das Doppelte des Dreiecks FBC, da sie auf derselben Grundseite FB errichtet sind und zwischen denselben Parallelen FB und GC liegen.
Das Dreieck FBC ist gleich ABD und somit ist das Parallelogramm BDLM gleich dem Quadrat AGFB. Ebenso ist mit AE und BK zu zeigen, dass das Parallelogramm CELM gleich dem Quadrat KHAC ist.

Also ist das Quadrat BDEC gleich den Quadraten AGFB und KHAC zusammen.
BDEC ist auf BC errichtet, AGFB und KHAC auf BA und AC, womit das Quadrat über der Seite BC gleich den Quadraten über BA und AC zusammen ist.

Deshalb ist im rechtwinkligen Dreieck das Quadrat über der Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt, gleich den Quadraten über den Seiten, die ihn einschließen, zusammen, was zu zeigen war.

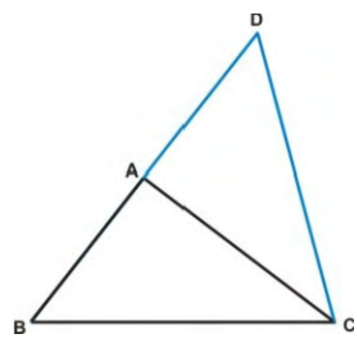
Dazu der Kommentar des Commandinus *:

F. C. COMMENTARIVS.

Hoc theorema ad pythagoram referunt, dicuntq́, eum cum illud inueniſſet, bouem immolaſſe. Quod autem ab Euclide in ſexto libro conſcribitur multo vniuerſalius eſt. oſtendit enim in rectangulis triangulis figuram, quae fit à latere rectum angulum ſubtendente aequalem eſſe figuris, quae à lateribus rectum angulum continentibus, priori illi ſimiles, & ſimiliter poſitae, deſcribuntur.

I.48.

Im Dreieck, bei dem das Quadrat über einer Seite gleich den Quadraten auf den anderen beiden Seiten zusammen ist, ist der Winkel, den die beiden Seiten einschließen, ein rechter.



Wenn im Dreieck ABC das Quadrat über BC gleich den Quadraten über BA und auf AC zusammen ist, dann, sage ich, ist der Winkel BAC ein rechter.Denn im Punkt A ist die Senkrechte AC auf AB errichtet. Es ist BA um AD gleich AB zu verlängern und DC zu ziehen.

Da DA gleich AB ist, ist auch das Quadrat über DA gleich dem Quadrat über AB.
Beiden das gleiche Quadrat über AC hinzugefügt, sind dann die Quadrate über DA und auf AC zusammen gleich den Quadraten über BA und auf AC zusammen.

* „Dass dieser Lehrsatz dem Pythagoras zugeschrieben und behauptet wird, er habe ihn aufgestellt, ist den Doofen zu verdanken. Denn von Euklid wird er im sechsten Buch viel allgemeiner gefasst. Er zeigt nämlich, dass im rechtwinkligen Dreieck, die gradlinige Figur, die über der Seite, die den rechten Winkel überspannt, errichtet wird, den über den Seiten, die den rechten Winkel einschließen, ähnlich errichteten ähnlichen Figuren zusammen gleich ist.“

Es ist aber das Quadrat über DC gleich den Quadraten über DA und über AC zusammen, denn der Winkel DAC ist ein rechter.
Also ist, wie vorausgesetzt, das Quadrat über BC gleich den Quadraten über BA und AC zusammen.

Nun ist das Quadrat über DC gleich dem Quadrat über BC, also ist auch DC gleich BC.
DA ist gleich AB und mit der gemeinsamen AC sind dann die beiden Seiten DA und AC gleich den beiden Seiten BA und AC. Zu diesen sind die Grundseiten DC und BC gleich und die Winkel DAC und BAC.
Es ist DAC ein rechter Winkel, deshalb auch BAC.

Deshalb ist im Dreieck, bei dem das Quadrat über einer Seite gleich den Quadraten über den anderen beiden Seiten zusammen ist, der von den beiden Seiten eingeschlossene Winkel ein rechter, was zu zeigen war.
