Euklid: Stoicheia (Euklids Elemente)

Buch II.

Über eingefügte Hypertextmarkierungen kann der griechische Text in der Fassung von I. L. Heiberg aufgerufen werden.

Erklärungen.

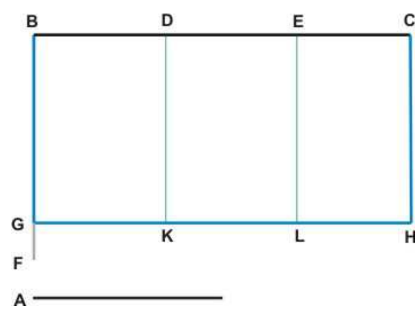
1. Von einem rechtwinkligen Parallelogramm sagt man, dass die beiden den rechten Winkel einschließenden Seiten das Rechteck ergeben.
2. Wird ein Parallelogramm an einem Punkt auf einer Diagonalen in vier Parallelogramme aufgeteilt, dann bilden die drei Parallelogramme zusammen, die ein auf der Diagonalen liegendes zum Ganzen ergänzen, ein Gnomon[1].

II.1.

Wird von zwei Seiten, die ein Rechteck ergeben, eine in mehrere Teile aufgeteilt, dann ergeben die ganzen Seiten das gleiche Rechteck wie zusammen die Rechtecke aus den Teilen der geteilten Seite mit der anderen Seite ergeben.

Denn wenn von zwei Seiten A und BC eines Rechtecks, BC in den Punkten D und E geteilt wird, dann, sage ich, das Rechteck, das A und BC ergeben, ist dem gleich, das die Rechtecke aus A und BD, A und DE, und A und EC zusammen ergeben.

Wird im Punkt B auf der Strecke BC die Senkrechte BF errichtet, auf dieser BG gleich A abgeteilt, durch G die GH gezogen, die zu BC parallel und ihr gleich ist, sowie durch die Punkte D, E und C die zu BG parallelen DK, EL und CH gezogen, dann besteht das Rechteck BGHC aus den Rechtecken BGKD, DKLE und ELHC.



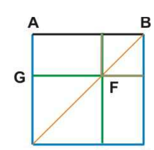
A und BC ergeben BGHC, denn, da BG gleich A ist, sind seine Seiten GB und BC.
A und BD ergeben BGKD, denn seine Seiten sind A und BD. A und DE ergeben DKLE, denn seine Seiten sind A und DE.
Entsprechend ergeben A und EC das Rechteck ELHC.
Also ergeben A und BC das Rechteck, das A mit BD, A mit DE und A mit EC zusammen ergeben.

Deshalb ergeben zwei Seiten eines Rechtecks das gleiche wie zusammen die Rechtecke aus den Teilen einer geteilten Seite mit der anderen Seite ergeben, was zu zeigen war.

---

[1] γνώμων, die Ergänzung, die ähnlich macht.

Das im aufgeteilten Parallelogramm auf der Diagonale liegende Parallelogramm GCEF wird durch das Gnomon ABDF zum ähnlichen ganzen Parallelogramm ABDC ergänzt.

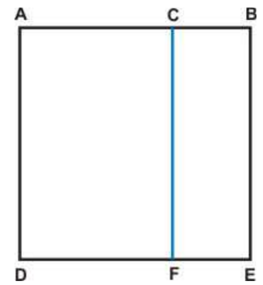


II.2.

Die Rechtecke, die die Teile einer Seite mit dieser Seite ergeben, sind zusammen dem Quadrat über der Seite gleich.

Wenn die Seite AB im Punkt C geteilt wird, dann, sage ich, die Rechtecke die AB mit BC und BA mit AC ergeben sind zusammen gleich dem Quadrat über AB.

Denn wird auf AB das Quadrat ADEB errichtet und durch C die Gerade CF parallel zu AD und BE gezogen, dann besteht das Quadrat ADEB aus den Rechtecken ADFC und CFEB.



Es ist AD gleich AB, also ergeben die Seiten AB und AC das Rechteck ADFC. BE ist gleich AB, also ergeben die Seiten AB und BC das Rechteck CFEB.
Damit sind die Rechtecke, die BA mit AC ergibt und AB mit BC ergibt, zusammen gleich dem Quadrat über AB.

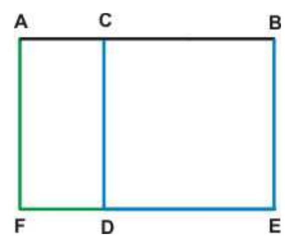
Deshalb sind die Rechtecke, die die Teile einer Seite mit dieser Seite ergeben, zusammen genommen gleich dem Quadrat über dieser Seite, was zu zeigen war.

II.3.

Das Rechteck, das eine ganze zweigeteilte Seite mit einem Teil ergibt, ist gleich dem Rechteck, das die Teile der Seite ergeben, zusammen mit dem Quadrat über dieser Seite.

Wenn die Seite AB im Punkt C geteilt ist, dann, sage ich, ist das Rechteck aus AB und BC gleich dem Rechteck aus AC mit CB und dem Quadrat über BC zusammen.

Denn wird auf CB das Quadrat CDEB errichtet und ED bis F verlängert, durch A die zu CD und BE parallele AF gezogen,
dann besteht das Rechteck AFEB, das sich aus AB und BE ergibt, aus den Rechtecken AFDC und CDEB.



Da BE gleich BC ist, ergibt sich AFDC aus AC mit CB.
Da DC gleich CB, ist CDEB das Quadrat über CB.
Also ist das Rechteck aus AB mit BC gleich dem Rechteck aus AC mit CB und dem Quadrat über BC zusammen.

Deshalb ist das Rechteck, das eine ganze zweigeteilte Seite mit einem Teil ergibt, gleich dem Rechteck, das die Teile der Seiten ergeben, und dem Quadrat über BC zusammen, was zu zeigen war.

II.4.

Wird eine Strecke in zwei geteilt, dann ist das Quadrat über der ganzen Strecke gleich den Quadraten über den Teilen und dem doppelten Rechteck, das die Teile ergeben, zusammen.

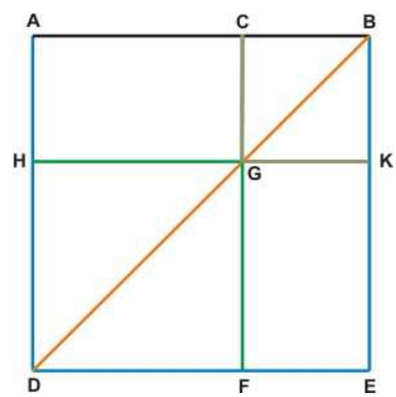
Wenn die Strecke AB in C geteilt ist, dann, sage ich, ist das Quadrat über AB gleich den Quadraten über AC und CB und dem doppelten Rechteck aus AC und CB zusammen.

Denn wird über AB das Quadrat ADEB errichtet, BD gezogen, durch C die zu AD und EB parallele CF und durch G die zu AB und DE parallele HK gezogen, dann ist an den Parallelen CF und AD, die von BD geschnitten werden, der äußere Winkel CGB gleich dem innen gegenüber liegenden Winkel ADB.

Es ist der Winkel ADB gleich ABD, denn BA ist gleich AD und der Winkel CGB gleich GBC. Da BC gleich CG ist, sind auch CB und GK gleich, sowie CG und KB. Also ist das Viereck CGKB gleichseitig.

Ich sage, es ist auch rechtwinklig.
Da CG parallel zu BK ist, sind die Winkel KBC und GCB zusammen gleich zwei rechten. Also ist KBC ein rechter Winkel, ebenso wie BCG. Die gegenüber liegenden Winkel CGK und GKB sind rechte Winkel, also ist CGKB eine Rechteck und weil auch gleichseitig, ein Quadrat, das über CB errichtet ist.
Aus den gleichen Gründen ist auch HDFG ein Quadrat, das über HG, das gleich AC ist, errichtet ist.
Die Quadrate HDFG und CGKB sind deshalb gleich den Quadraten über AC und CB.

Das Rechteck AHGC ist gleich GFEK.
AHGC ergibt sich aus AC mit CB, also ergibt sich auch HFEK aus AC mit CB.
Somit sind AHGC und GFEK zusammen gleich dem Doppelten des Rechtecks aus AC mit CB.



Es sind damit HDFG, CGKB, AHGC und GFEK zusammen gleich den Quadraten über AC und CB und dem Doppelten des Rechtecks aus AC mit CB zusammen.

Es sind aber HDFG, CGKB, AHGC und GFEK zusammen ADEB und dies ist das Quadrat über AB.

Das Quadrat über AB ist deshalb gleich den Quadraten über AC und CB und dem Doppelten des Rechtecks aus AC und CB zusammen.

Deshalb ist das Quadrat über einer zweigeteilten Strecke gleich den Quadraten über den Teilen und dem doppelten Rechteck, das die Teile ergeben, was zu zeigen war.

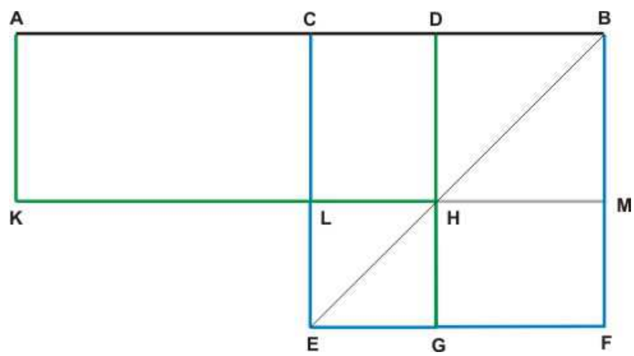
II.5.

Ist eine Strecke an einem Punkt in zwei gleiche Teile geteilt und in einem anderen Punkt in zwei ungleiche Teile, dann sind das Rechteck, das die ungleichen Teile ergeben, und das Quadrat über der Strecke zwischen den teilenden Punkten zusammen gleich dem Quadrat über der halben Strecke.

Wenn die Strecke AB im Punkt C in zwei gleiche Teile geteilt wird und im Punkt D in zwei ungleiche Teile, dann, sage ich, ist das Rechteck, das AD mit DB ergibt, zusammen mit dem Quadrat über CD gleich dem Quadrat über CB.

Es ist das Quadrat CEFB über CB zu errichten, die Diagonale BE zu ziehen, sodann durch D die zu CE und BF parallele DG, durch H die zu AB und EF parallele KM,
sowie durch A die zu CL und BM parallele AK zu legen.

Das Rechteck CDHL ist gleich dem Rechteck HMFG; beiden das gleiche Quadrat über DB hinzugefügt, ist dann das Rechteck CBML
gleich dem Rechteck DBFG.
Das Rechteck CBML ist gleich dem Rechteck ACLK, denn AC ist gleich CB;
beiden das gleiche Rechteck CDHL hinzugefügt,
ist das Rechteck aus AD mit DH gleich dem Gnomon CBFH und,
da DH gleich DB ist, auch gleich dem Rechteck aus AD mit DB.
Diesen beiden das gleiche Quadrat über LH,
das dem Quadrat über CD gleich ist, hinzugefügt, ist das Rechteck aus AD mit DB zusammen mit dem Quadrat über CD gleich CBFE, da das Gnomon CBFH das Quadrat über LH zum Quadrat CBFE ergänzt. CBFE ist aber das Quadrat über CB.
Also ist das Rechteck aus AD mit DB zusammen mit dem Quadrat über CD gleich dem Quadrat über CB.



Deshalb ist bei einer Strecke, die in einem Punkt in zwei gleiche und in einem anderen Punkt in zwei ungleiche Teile geteilt ist, das Rechteck, das die ungerade Teile ergeben, zusammen mit dem Quadrat über der Strecke der teilenden Punkte gleich dem Quadrat über der halben Strecke, was zu zeigen war.

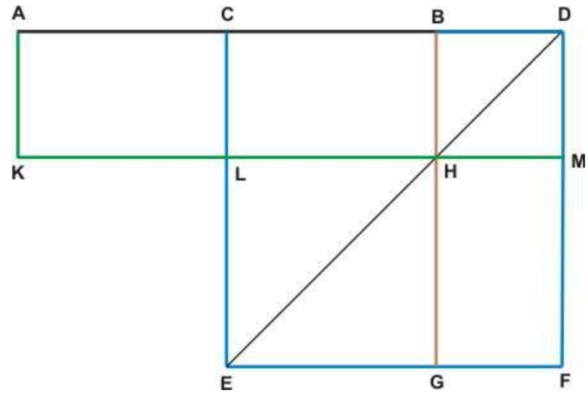
II.6.

Wird eine Strecke verlängert, dann ist das Rechteck, das sich aus der Verlängerung mit der ganzen verlängerten Strecke ergibt, zusammen mit dem Quadrat über der halben Strecke gleich dem Quadrat, das über der halben Strecke zusammen mit der Verlängerung errichtet ist.

Wenn die Strecke AB im Punkt C in zwei gleiche Teile geteilt wird und mit BD verlängert wird, dann, sage ich, ist das Rechteck aus AD mit DB zusammen mit dem Quadrat über CB gleich dem Quadrat über CD.

Es ist das Quadrat CEFD über CD zu errichten, die Diagonale DE zu ziehen, dann durch B die zu EC und DF parallele BG, durch H die zu AB und EF parallele KM und durch A die zu CL und DM parallele AK zu legen.

Da AC gleich CB ist, ist das Rechteck ACLK gleich dem Rechteck CBHL, das wiederum gleich dem Rechteck HMFG ist. Beiden das gleiche Rechteck CDML hinzugefügt, ist das Rechteck aus AD mit DM gleich dem Gnomon CDFH.



Es ist das Rechteck aus AD mit DM gleich dem Rechteck aus AD mit DB, denn DM ist gleich DB. Also ist das Gnomon CDFH gleich dem Rechteck aus AD mit DB.

Beiden das gleiche Quadrat über LH, das gleich dem Quadrat über CB ist, hinzugefügt, ist das Rechteck aus AD mit DB zusammen mit dem Quadrat über CB gleich CDFE, da das Gnomon CDFH das Quadrat über LH zum Quadrat CDFE ergänzt. CDFE ist aber das Quadrat über CD.
Also ist das Rechteck aus AD mit DB zusammen mit dem Quadrat über CB gleich dem Quadrat über CD.

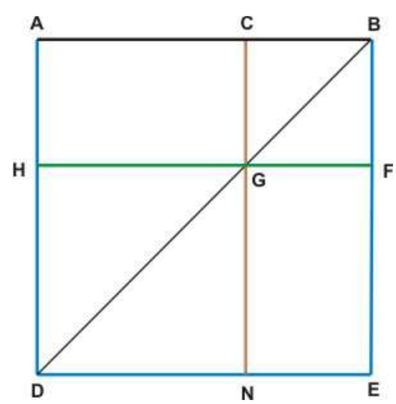
Deshalb ist bei einer verlängerten Strecke das Rechteck aus der Verlängerung mit der ganzen verlängerten Strecke zusammen mit dem Quadrat über der halben Strecke gleich dem Quadrat, das über der halben Strecke mit der Verlängerung zusammen errichtet ist, was zu zeigen war.

II.7.

Wird eine Strecke geteilt, dann sind die Quadrate über der Strecke und über einem Teil zusammen gleich dem doppelten Rechteck aus der Strecke und dem einen Teil und dem Quadrat über dem anderen Teil zusammen.

Wenn die Strecke AB im Punkt C geteilt wird, dann, sage ich, sind die Quadrate über AB und über BC zusammen gleich dem doppelten Rechteck aus AB mit BC und dem Quadrat über CA zusammen.

Es ist das Quadrat ADEB über AB zu errichten, die Diagonale BD zu ziehen, dann durch C die zu AD und BE parallele CN und durch G die zu AB und DE parallele HF zu legen.



Das Rechteck AHGC ist gleich GNEF, beiden das gleiche Quadrat über CB hinzugefügt, ist das Rechteck AHFB gleich CNEB. Da AHFB und CNEB zusammen gleich dem Gnomon ABEG und dem Quadrat über CB zusammen sind, sind das Gnomon ABEG und das Quadrat über CB zusammen gleich dem doppelten Rechteck aus AB mit BF, also gleich dem doppelten Rechteck aus AB mit BC.

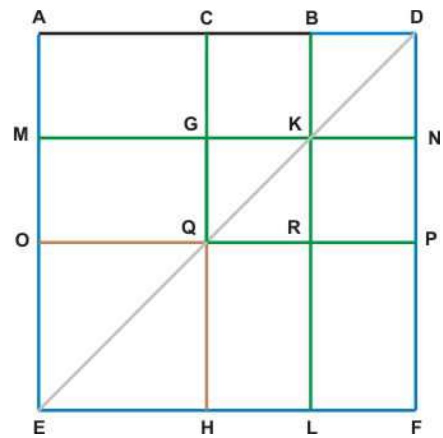
Beidem das Quadrat über GH, das dem Quadrat über AC gleich ist, hinzugefügt, sind das Quadrat über AB und das Quadrat über CB zusammen gleich dem doppelten Rechteck aus AB mit BC und dem Quadrat über AC.
Deshalb sind bei einer geteilten Strecke die Quadrate über der Strecke und über einem Teil zusammen gleich dem doppelten Rechteck aus der Strecke und dem Teil und dem Quadrat über dem anderen Teil zusammen, was zu zeigen war.

II.8.

Wird eine Strecke geteilt und um eines der Teile verlängert, dann sind vier der Rechtecke, die die Strecke mit diesem Teil ergibt, zusammen mit dem Quadrat über dem anderen Teil gleich dem Quadrat über der verlängerten Strecke.

Wenn eine Strecke AB im Punkt C geteilt und um CB bis D verlängert wird, dann, sage ich, sind vier Rechtecke aus AB mit CB zusammen mit dem Quadrat über AC gleich dem Quadrat über AD.

Es ist die Strecke AB in C zu teilen und in B um BD, das gleich CB ist, bis D zu verlängern. Sodann das Quadrat AEFD über AD zu errichten, die Diagonale DE zu ziehen, durch C und B die zwei zu AE und DF parallelen CH und BL, sowie durch K und Q die zwei zu AD und EF parallelen MN und OP zu legen.



Dann ist CB gleich BD, CB gleich GK, BD gleich KN, somit GK gleich KN.
Aus den gleichen Gründen ist QR gleich RP.
Da BK gleich DN, DN gleich NP und KR gleich NP, ist auch BK gleich KR.
Aus den gleichen Gründen ist CG gleich GQ.
Also ist das Quadrat über CB gleich dem Quadrat über BD und das Quadrat über GK gleich dem Quadrat über KN,
somit ist das Quadrat über CB gleich dem Quadrat über KN. Da diese vier Quadrate einander gleich sind und sich zum Quadrat über CD ergänzen, ist das Quadrat über CD gleich vier Quadraten über CB.

Es ist das Rechteck aus AC mit CG gleich dem aus MG mit GQ und das Rechteck aus QR mit RL gleich dem aus RP mit PF. Im Quadrat über MK ist das Rechteck aus MG mit GQ gleich dem Rechteck aus QR mit RL. Also sind diese vier Rechtecke gleich und zusammen gleich vier Rechtecken aus AC mit CG.
Das Rechteck aus AC mit CG zusammen mit dem Quadrat über CG ist gleich dem Rechteck aus AB mit BK.
Damit ist das Gnomon ADFQ gleich vier Rechtecken aus AB mit BK, und weil CB gleich BK ist, auch gleich vier Rechtecken aus AB mit CB.
Beidem das Quadrat über OQ, das gleich dem Quadrat über AC ist, hinzugenommen, ist das Quadrat über AD gleich vier Rechtecken aus AB mit BC und dem Quadrat über AC zusammen, denn das Gnomon ADFQ zusammen mit dem Quadrat über OQ ist das Quadrat über AD.

Ist deshalb eine Strecke geteilt und um eines der Teile verlängert, dann sind vier Rechtecke, die sich aus der Strecke und diesem Teil ergeben zusammen mit dem Quadrat über dem anderen Teil gleich dem Quadrat über der verlängerten Strecke, was zu zeigen war.

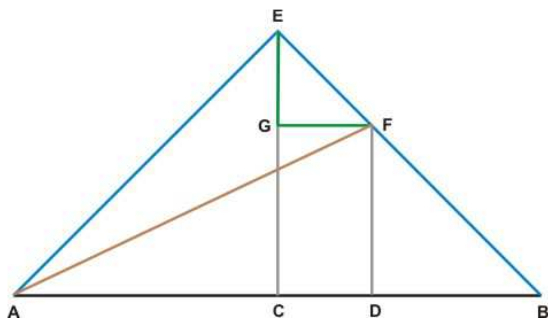
II.9.

Ist eine Strecke an einem Punkt in zwei gleiche Teile geteilt und in einem anderen Punkt in zwei ungleiche Teile, dann sind die Quadrate über den ungleichen Teilen zusammen gleich dem Doppelten aus dem Quadrat über der halben Strecke und dem Quadrat über der Strecke zwischen den teilenden Punkten zusammen.

Wenn die Strecke AB im Punkt C in zwei gleiche Teile geteilt wird und im Punkt D in zwei ungleiche Teile, dann, sage ich, sind die Quadrate über AD und DB zusammen gleich dem Doppelten aus den Quadraten über AC und CD zusammen.

Es ist auf AB im Punkt C die Senkrechte CE zu errichten, wobei CE gleich AC und gleich CB ist. Sodann EA und EB zu ziehen, durch D die Gerade DF parallel zu EC und durch F die Gerade FG parallel zu AB zu legen und AF zu ziehen.

Es ist dann AC gleich CE, somit der Winkel EAC gleich AEC. Da AEC ein rechter Winkel ist, sind die Winkel EAC und AEC gleich und zusammen ein rechter Winkel. Also sind CEA und CAE halbe rechte Winkel. Da auch AEB ein rechter Winkel ist, sind aus den gleichen Gründen CEB und EBC halbe rechte Winkel. Ebenso ist EGF ein rechter Winkel und sind GEF und EFG halbe rechte Winkel. EG ist deshalb gleich GF.



Da FDB ein rechter Winkel und ABE ein halber rechter Winkel ist, ist BFD ein halber rechter Winkel. FD ist deshalb gleich DB.
Da AC gleich CE ist auch das Quadrat über AC gleich dem Quadrat über CE. Die Quadrate über AC und CE zusammen sind somit gleich dem doppelten Quadrat über AC.
Da das Quadrat über EA gleich den Quadraten über AC und CE zusammen ist, ist das Quadrat über EA gleich dem doppelten Quadrat über AC.
Da EG gleich GF ist auch das Quadrat über EG gleich dem Quadrat über GF. Die Quadrate über EG und GF zusammen sind somit gleich dem doppelten Quadrat über GF.
Da das Quadrat über EF gleich den Quadraten über EG und GF zusammen ist, ist das Quadrat über EF gleich dem doppelten Quadrat über GF.
Da GF gleich CD, ist das Quadrat über EF gleich dem doppelten Quadrat über CD.
Es ist das Quadrat über EA gleich dem doppelten Quadrat über AC, also sind die Quadrate über AE und EF zusammen gleich dem Doppelten aus den Quadraten über AC und CD zusammen.
Es ist das Quadrat über AF gleich den Quadraten aus AE und EF zusammen, also ist das Quadrat über AF gleich dem Doppelten aus den Quadraten über AC und CD zusammen.
Da die Quadrate über AD und DF zusammen gleich dem Quadrat über AF sind, sind die Quadrate über AD und DF zusammen gleich dem Doppelten aus den Quadraten über AC und CD zusammen.
Es ist DF gleich DB, also sind die Quadrate über AD und DB zusammen gleich dem Doppelten aus den Quadraten über AC und CD zusammen.

Deshalb sind bei einer Strecke, die in einem Punkt in zwei gleiche und in einem anderen Punkt in zwei ungleiche Teile geteilt ist, die Quadrate über den ungleichen Strecken zusammen gleich dem Doppelten aus dem Quadrat über der halben Strecke und dem Quadrat über der Strecke zwischen den teilenden Punkten zusammen, was zu zeigen war.

II.10.

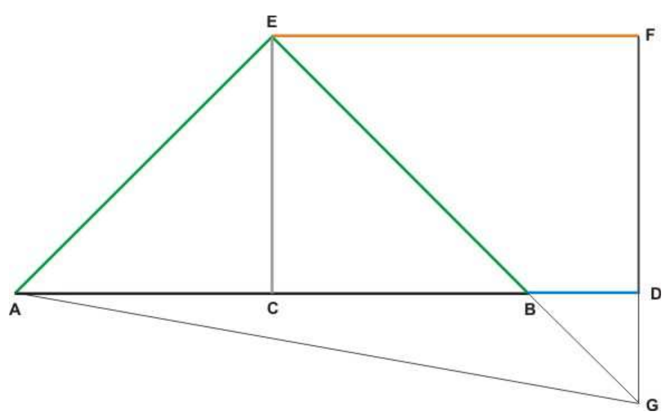
Wird eine Strecke verlängert, dann sind die Quadrate über der verlängerten Strecke und über der Verlängerung zusammen gleich dem Doppelten aus den Quadraten über der halben Strecke und über der halben Strecke mit der Verlängerung zusammen.

Wenn die Strecke AB im Punkt C in zwei gleiche Teile geteilt und um eine beliebige Strecke BD verlängert wird, dann, sage ich, sind die Quadrate über AD und DB zusammen gleich dem Doppelten aus den Quadraten über AC und CD zusammen.

Es ist auf AB im Punkt C die Senkrechte CE zu errichten, wobei CE gleich AC und CB ist. Sodann ist durch D die zu CE parallele DF zu legen und durch E die zu AD parallele FE.
Es ist dann EA und EB zu ziehen, EB bis zum Schnittpunkt mit FD bis G und FD bis G zu verlängern und AG zu ziehen.

Da AC gleich CE ist, sind die Winkel EAC und AEC gleich. Der Winkel ACE ist ein rechter. Also sind EAC und AEC halbe rechte Winkel. Aus den gleichen Gründen sind CEB und EBC halbe rechte Winkel. Es ist AEB somit ein rechter Winkel.
Da EBC ein halber rechter Winkel ist, sind dies auch DBG und DGB. Somit sind die Winkel DGB und DBG gleich und auch die Strecken BD und GD.
Da EGF ein halber rechter Winkel ist, ist auch FEG ein halber rechter Winkel. Somit sind die Winkel EGF und FEG gleich und auch die Strecken GF und EF.

Da das Quadrat über EC gleich dem Quadrat über CA ist, sind die Quadrate über EC und CA zusammen gleich dem doppelten Quadrat über CA. Es ist aber das Quadrat über EA gleich den Quadraten über EC und CA zusammen, also ist das Quadrat über EA gleich dem doppelten Quadrat über AC.
Da FG gleich EF ist, sind auch die Quadrate über FG und EF gleich.
Somit sind die Quadrate über GF und FE zusammen gleich dem doppelten Quadrat über EF.
Es ist aber EF gleich CD, also ist das Quadrat über EG gleich dem doppelten Quadrat über CD.
Da, wie gezeigt, das Quadrat über EA gleich dem doppelten Quadrat über AC ist, sind die Quadrate über AE und EG zusammen gleich dem Doppelten aus den Quadraten über AC und CD zusammen.



Da das Quadrat über AG gleich den Quadraten über AE und EG zusammen ist, ist das Quadrat über AG gleich dem Doppelten aus den Quadraten über AC und CD zusammen.
Das Quadrat über AG ist auch gleich den Quadraten über AD und DG zusammen, also sind die Quadrate über AD und DG zusammen gleich dem Doppelten aus den Quadraten über AC und CD zusammen.
Es ist DG gleich DB, also sind die Quadrate über AD und DB gleich dem Doppelten aus den Quadraten über AC und CD zusammen.

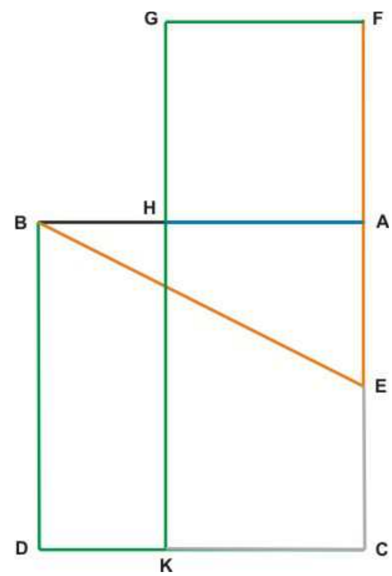
Deshalb sind an einer verlängerten Strecke die Quadrate über der verlängerten Strecke und der Verlängerung zusammen gleich dem Doppelten aus den Quadraten über der halben Strecke und über der halben Strecke mit der Verlängerung zusammen, was zu zeigen war.

II.11.

Eine Strecke so zu teilen, dass das Rechteck, das die ganze Strecke mit einem Teil ergibt, gleich dem Quadrat über dem andern Teil ist.

Die Strecke AB soll so in zwei geteilt werden, dass das Rechteck aus AB mit dem einen Teil gleich dem Quadrat über dem anderen Teil ist.

Es ist über AB das Quadrat ABCD zu errichten, AC im Punkt E in zwei gleiche Teile zu teilen, und BE zu ziehen. Sodann ist CA bis F so zu verlängern, dass EF gleich BE ist. Wird über AF das Quadrat FAHG errichtet und GH bis K verlängert, dann, sage ich, die Strecke AB ist in H so geteilt, dass das Rechteck aus AB mit BH gleich dem Quadrat über AH ist.



Es ist AC in E halbiert und in A um FA verlängert, also ist das Rechteck, das die ganze verlängerte Strecke CF mit der Verlängerung FA ergibt, zusammen mit dem Quadrat über AE gleich dem Quadrat über EF.
Es ist EF gleich EB, deshalb ist das Rechteck aus CF mit FA zusammen mit dem Quadrat über AE gleich dem Quadrat über EB.

Da EAB ein rechter Winkel ist, sind die Quadrate über BA und AE zusammen gleich dem Quadrat über EB, damit ist das Rechteck aus CF mit FA zusammen mit dem Quadrat über AE gleich den Quadraten über BA und AE zusammen.

Von beidem das gleiche Quadrat über AE weggenommen, ist das Rechteck aus CF mit FA gleich dem Quadrat über BA.
Da AF gleich FG, ist das Rechteck aus CF mit FA gleich dem Rechteck aus CF mit FG.
Von ABDC und auch vom Rechteck aus CF mit FG das gleiche Rechteck aus AH mit HK weggenommen, ist das Quadrat über AH gleich dem Rechteck aus BH mit HK.

Es ist HK gleich AB, deshalb ist das Quadrat über AH gleich dem Rechteck aus HB mit BA, was auszuführen war.

Anmerkung:

Ist $AB = 1$, dann ist $BE = ((1 + (1/2)^2)^{1/2} = 5^{1/2} / 2$ [wie I.47.]

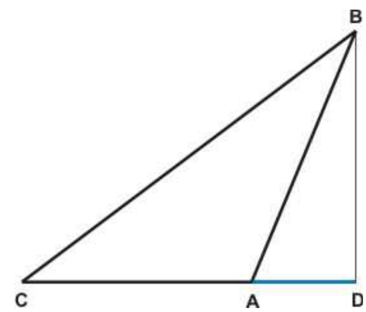
$AH = AF = (5^{1/2} - 1) / 2$ ist damit der größere Teil der in stetiger Teilung geteilten Strecke AB.

II.12.

Im stumpfwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Seite, die dem stumpfen Winkel gegenüber liegt, größer als die Quadrate über den beiden anderen Seiten zusammen, und zwar um das doppelte Rechteck, das eine dieser Seiten mit ihrer Verlängerung bis zur Senkrechten auf ihr ergibt, die den Eckpunkt des Dreiecks trifft.

Wenn am Dreieck ABC mit dem stumpfen Winkel BAC die Seite CA verlängert ist bis zum Punkt D, in dem die Senkrechte BD errichtet ist, dann, sage ich, ist das Quadrat über BC gleich den Quadraten über BA und AC zusammen mit dem doppelten Rechteck aus CA mit AD.

Denn da die Strecke CD im Punkt A geteilt ist, ist das Quadrat über CD gleich den Quadraten über CA und AD zusammen mit dem doppelten Rechteck aus CA mit AD [wie II.4.]. Beidem das gleiche Quadrat über DB hinzugefügt, sind die Quadrate über CD und DB zusammen gleich den Quadraten über CA, AD und DB zusammen mit dem doppelten Rechteck aus CA mit AD.



Es ist ADB ein rechter Winkel und somit das Quadrat über CB gleich den Quadraten über CD und DB zusammen.

Das Quadrat über AB ist gleich den Quadraten AD und DB zusammen. Also ist das Quadrat über CB gleich den Quadraten über CA und AB zusammen mit dem doppelten Rechteck aus CA mit AD.

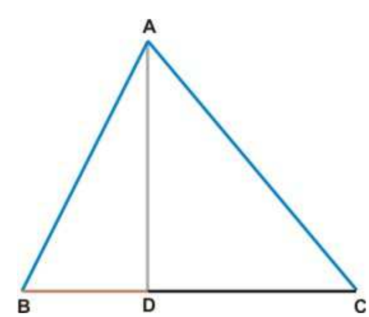
Deshalb ist im stumpfwinkligen Dreieck das Quadrat über der Seite, die dem stumpfen Winkel gegenüber liegt, gleich den Quadraten über den beiden anderen Seiten zusammen mit dem Rechteck, das eine dieser Seiten mit ihrer Verlängerung bis zur Senkrechten auf ihr ergibt, die den Eckpunkt des Dreiecks trifft, was zu zeigen war.

II.13.

Im spitzwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der Seite, die dem spitzen Winkel gegenüber liegt, kleiner als die Quadrate über den beiden anderen Seiten zusammen und zwar um das doppelte Rechteck, das eine dieser Seiten mit der Strecke auf ihr ergibt, die bis zu der Senkrechten verkürzt ist, die den Eckpunkt des Dreiecks trifft.

Wenn im Dreieck ABC mit spitzem Winkel ABC durch den Punkt A die zu BC senkrechte AB gezogen ist, dann, sage ich, ist das Quadrat über AC gleich den Quadraten über CB und BA zusammen weniger dem doppelten Rechteck aus CB mit BD.

Denn da die Strecke CB im Punkt D geteilt ist, sind die Quadrate über CB und BD zusammen gleich dem doppelten Rechteck aus CB mit BD und dem Quadrat über DC zusammen [wie II.7.].



Beidem das gleiche Quadrat über DA hinzugefügt, sind die Quadrate über CB, BD und DA zusammen gleich dem doppelten Rechteck aus CB mit BD und den Quadraten über AD und DC zusammen.

Es ist der Winkel BDA ein rechter, somit ist das Quadrat über BA gleich den Quadraten über BD und DA zusammen.

Ebenso ist das Quadrat über AC gleich den Quadraten über AD und DC zusammen.
Also sind die Quadrate über CB und BA zusammen gleich dem doppelten Rechteck aus CB mit BD und dem Quadrat über AC zusammen.
Also ist das Quadrat über AC gleich den Quadraten über CB und BA zusammen weniger dem doppelten Rechteck aus CB mit BD.

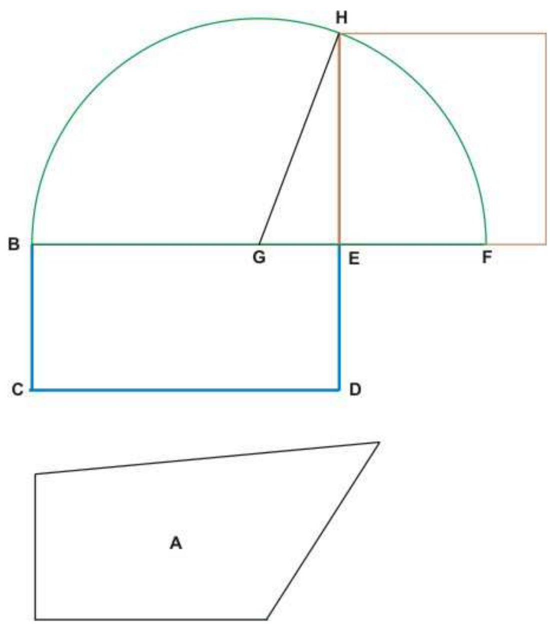
Deshalb ist im spitzwinkligen Dreieck das Quadrat über der Seite, die dem spitzen Winkel gegenüber liegt, kleiner als die Quadrate über den beiden anderen Seiten zusammen und zwar um das doppelte Rechteck, das eine dieser Seiten mit der Strecke auf ihr ergibt, die bis zu der Senkrechten verkürzt ist, die den Eckpunkt des Dreiecks trifft, was zu zeigen war.

II.14.

Das einem gegebenen Polygon gleiche Quadrat errichten.

Es sei das Polygon A gegeben. Es soll das dem A gleiche Quadrat errichtet werden.

Es ist zuerst das dem A gleiche Rechteck BCDE zu errichten [wie I.45.].
Ist dann BE gleich ED, dann ist ausgeführt was aufgegeben ist, wenn nicht, ist das dem Rechteck BCDE gleiche Quadrat zu konstruieren.



Es ist eine der Seiten die größere; sei dies BE.
Es ist sodann BE um EF, das gleich ED ist, bis F zu verlängern, BF in G in zwei gleiche Teile zu teilen, um G mit dem Radius GB der Halbkreis BHF zu schlagen, DE bis H zu verlängern und GH zu ziehen.

Da BF in G in zwei gleiche Teile und in E in zwei ungleiche Teile geteilt ist, ist das Rechteck aus BE mit EF zusammen mit dem Quadrat über EG gleich dem Quadrat über GF [wie II.5.].

Es ist GF gleich GH, also ist das Rechteck aus BE mit EF zusammen mit dem Quadrat über GE gleich dem Quadrat über GH.
Das Quadrat über GH ist gleich den Quadraten über HE und EG zusammen, also ist das Rechteck aus BE mit EF zusammen mit dem Quadrat über GE gleich den Quadraten über HE und EG zusammen.
Beidem das gleiche Quadrat über GE weggenommen, ist das Rechteck aus BE mit EF gleich dem Quadrat über HE.

Da EF gleich ED, ist das Rechteck aus BE mit EF gleich dem Rechteck aus BE mit ED.
Es ist somit das Rechteck aus BE mit ED gleich dem Quadrat über HE und dieses gleich dem Polygon A.

Damit ist das dem Polygon A gleiche Quadrat über HE errichtet, was auszuführen war.